Enseigner explicitement la représentation en barres pour résoudre des problèmes de partages inégaux au cycle 3 : pertinences et limites.

Olivier Lebreton

ENSEIGNER EXPLICITEMENT LA SCHÉMATISATION EN BARRES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX : PERTINENCE ET LIMITES

Olivier LEBRETON
Conseiller Pédagogique Départemental, RECTORAT RÉUNION
Docteur en sciences de l'éducation et de la formation, Université de la Réunion
Chercheur-associé ICARE (EA 7389)
olivier.lebreton1@univ-reunion.fr

Résumé
La réussite de tous les élèves est une des préoccupations fortes de l'institution scolaire. L'enseignement explicite vise aussi cet objectif, et a fait l'objet d'une synthèse dans laquelle sont spécifiés ses principes (CSEN, 2022). Celle-ci révèle des arguments quant à son efficacité pour les élèves tout venant, en difficulté ou à besoins particuliers. Il s'agit donc d'une piste intéressante à explorer en mathématiques. Par ailleurs, le guide de référence cycle 3 (MENJS, 2022) préconise les schémas en barres pour résoudre nombre de problèmes de la catégorisation proposée par Houdement (2017) : à une étape, à plusieurs étapes et atypiques. Impliqué dans la formation continue et initiale des professeurs des écoles, nous favorisons l'appropriation des principales caractéristiques de la schématisation en barres par les enseignants (Cabassut, 2020 ; Clivaz et Dindyal, 2021), avec comme objectif général de questionner son enseignement explicite pour favoriser la modélisation mathématique. L'acquisition des concepts mathématiques nécessite l'utilisation de différents registres sémiotiques et exige en particulier la conversion entre registres (Duval, 2018). Cette communication vise à présenter une expérimentation, toujours en cours, relativement à la résolution de problèmes atypiques tels que les partages inégaux en tentant de prendre en charge chaque élève. Elle met en évidence des potentialités mais également des limites à l'enseignement explicite de la schématisation en barres et donc de nouveaux défis à relever.

I. ENSEIGNEMENT EXPLICITE

1. 2013 : un tournant même si…

Concernant le système éducatif français, un tournant est notable dans les orientations pédagogiques des textes institutionnels avec comme préconisation, depuis les années 70, des approches constructiviste et socioconstructiviste puis, depuis 2013, des recommandations visant une plus grande explicitation de l'enseignement (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020). Pour rappel synthétiquement, le constructivisme est un modèle d'enseignement qui s'appuie prioritairement sur la théorie structuraliste du développement cognitif de Piaget avec l'idée que les connaissances se construisent par équilibration majorante dans une dynamique entre les processus d'assimilation et d'accommodation (Laval, 2012). Le socioconstructivisme défend, en plus, l'idée que « toute construction de connaissance s'insère dans un contexte de socialisation qui en détermine pour une part la dynamique et le déroulement » (Crahay, 2013, p. 203). Malgré cette nouvelle orientation visant un enseignement plus explicite, Guilmois et ses collaborateurs rappellent que « l'approche socioconstructiviste domine encore aujourd'hui largement les pratiques d'enseignement de l'école française, au-delà des seules sciences » (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020, p. 680).

2. Les principes fondamentaux de l'enseignement explicite

Il existe au moins deux acceptions de l'enseignement explicite : une première, française, qui « semble reposer sur des principes d'un enseignement socioconstructiviste tout en garantissant une meilleure explicitation à toutes les étapes de la séance » (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020, p. 685) et une seconde, nord-américaine, qui défend une structuration des séances basée entre autres sur les phases de modelage, de pratique guidée et de pratique autonome (Gauthier, Bissonnette et Richard, 2013). Cette seconde acception nous intéresse particulièrement. Il convient donc de préciser ces phases.

La phase de modelage est celle où l'enseignant exécute une tâche devant les élèves en tentant le plus clairement possible de faire du lien entre les connaissances antérieures et les connaissances nouvelles dans son propre raisonnement. La phase de pratique guidée est celle où l'enseignant veille à la qualité de la compréhension des élèves par l'introduction de tâches semblables à celle de la phase de modelage tout en privilégiant le questionnement et les feedbacks. La phase de pratique autonome est celle durant laquelle les élèves font des exercices sans l'aide de l'enseignant. Cela ne signifie pas pour autant qu'il n'intervient pas. Il soutient, si cela est nécessaire, la compréhension des élèves.

Cette conception nord-américaine est explicitement au cœur des recommandations récentes émanant du Conseil Scientifique de l'Education Nationale (CSEN, 2022) y compris pour l'enseignement des mathématiques prenant appui sur les travaux de Guilmois (2019). Dans ces travaux, Guilmois a montré l'efficacité de l'enseignement explicite dans l'apprentissage de trois tâches mathématiques : la technique opératoire de la soustraction (CE2), la technique opératoire de la division (CM1) et l'apprentissage de la notion d'aire (CM2).

3. Enseignement explicite nord-américain et didactique des mathématiques francophones : des points de vue divergents ?

Le point de vue de la didactique des mathématiques francophone semble éloigné de la conception nord-américaine de l'enseignement explicite. En effet, en prenant appui sur la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998), fondatrice de la didactique des mathématiques, l'ancrage constructiviste est clairement affiché :

> *La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des « problèmes » qu'il propose. Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître (Brousseau, 1998, p. 59).*

Cela ne signifie pas pour autant absence d'explicitation au sein de la théorie. En effet, à travers la situation fondamentale mise en œuvre, l'élève va construire des connaissances. Une difficulté malgré tout réside dans le fait que l'élève pourra difficilement identifier seul, parmi les réponses proposées la connaissance visée. L'institutionnalisation est le moment où l'enseignant va venir pointer et identifier celles qui ont un intérêt, celles qui auront « un statut culturel » (Brousseau, 1998, p. 77). Ce processus d'institutionnalisation permet ainsi de reconnaître une connaissance comme un savoir. C'est la raison pour laquelle, lors des séances d'apprentissage en mathématiques de type constructiviste ou socio-constructiviste, il existe une phase d'institutionnalisation essentielle.

L'explicitation est donc un élément majeur de la didactique des mathématiques également, ce qui permet d'envisager des ponts entre les deux points de vue. Ce point de convergence trouve malgré tout une certaine limite qui est en lien avec le moment de la séance où cette explicitation va intervenir : relativement tôt pour l'enseignement explicite nord-américain avec l'exécution d'une tâche par l'enseignant et plus tardivement dans la séance pour la didactique des mathématiques lorsque l'enseignant pointe les connaissances mises en œuvre par les élèves pour franchir les obstacles et résoudre les problèmes. Comment l'enseignement explicite nord-américain peut-il contribuer à l'apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques tels que les problèmes de partages inégaux ? Quel type de tâches est-il pertinent de faire exécuter par l'enseignant ? Telles sont les questions centrales portées par notre contribution.

II. PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX : QUELLE PLACE À L'ÉCOLE?

1. Les trois principaux types de problèmes aujourd'hui et leurs enjeux

La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux est une activité fondamentale à l'école primaire et vise l'acquisition des six compétences mathématiques : chercher, raisonner, représenter, modéliser, calculer, communiquer. Il existe une très grande variété d'énoncés qu'il est possible de proposer aux élèves et il convient de fournir des repères aux enseignants pour faciliter son enseignement. Houdement (2017) définit trois grands types de problèmes : basiques, complexes et atypiques.

Les problèmes basiques exigent une mise en relation de trois données numériques dont l'une est inconnue. Cette relation peut être additive ou multiplicative et ces problèmes se traitent en utilisant une unique opération. L'enjeu pour l'enseignement de ce type de problèmes est d'arriver à une résolution plutôt automatique par les élèves.

Les problèmes complexes sont des combinaisons de problèmes basiques. Si une bonne maîtrise des problèmes basiques favorise la résolution de problèmes complexes, cela n'en est pas une garantie car des habiletés spécifiques sont convoquées comme la capacité à connecter des informations et à qualifier les résultats partiels obtenus (Houdement, 2017).

Les problèmes atypiques sont ceux qui n'entrent ni dans le type basique ni dans le type complexe. Et généralement, pour ces problèmes, les élèves ne disposent pas de procédures directement disponibles pour atteindre la solution. Les problèmes atypiques, appelés aussi « problèmes pour chercher » (MENESR, 2003) ne sont pas un objet nouveau dans les programmes et recèlent de nombreuses potentialités comme « le réinvestissement de savoir en jeu, l'apprentissage de raisonnements et l'apprentissage de validation. »(Houdement, 2009)

Cette typologie est largement diffusée au sein des écoles à travers les ressources institutionnelles récentes en lien avec l'enseignement des mathématiques aux cycles 2 et 3 (MENJS, 2020, 2021) avec une priorité pour les deux premiers types de problèmes.

2. Un type particulier de problèmes atypiques : les problèmes de partages inégaux

2.1. Un premier exemple

Les problèmes de partages inégaux impliquent des parts qui ne sont pas les mêmes comme dans l'énoncé « Martha, Raphaël et Anne ont ensemble 270 porte-clefs. Raphaël a le double du nombre de porte-clefs de Martha et Anne a le triple du nombre de porte-clefs de Raphaël. Combien de porte-clefs chacun a-t-il ? » (Demonty, 2008, p. 257). Ces problèmes ont la particularité de pouvoir être résolus soit par un traitement arithmétique, soit par un traitement algébrique.

Du point de vue arithmétique, pour le problème ci-dessus, on peut faire la supposition suivante qui consiste à dire que Martha possède un porte-clefs. Dans ce cas, on peut déduire que Raphaël en a deux et Anne six pour un total de neuf porte-clefs. Or, ils ont ensemble 270 porte-clefs. Puisque 270 c'est 30 fois plus que 9, on déduit que Martha en possède 30 (30 x 1 = 30), Raphaël 60 (30 x 2 = 60) et Anne 180 (30 x 6 = 180). Et on a bien l'égalité : 30 + 60 + 180 = 270.

Du point de vue algébrique, on pose x comme le nombre de porte-clefs, qu'on ne connait pas, que possède Martha. On peut donc écrire l'égalité suivante : x + 2x + 6x = 270. La résolution de cette équation du premier degré permet de déterminer le nombre de porte-clefs des trois enfants.

Ces problèmes sont intéressants pour les élèves mais également pour les scientifiques soucieux de mieux comprendre la transition entre l'arithmétique et l'algèbre (Coulange, 2001b, 2005 ; Demonty, 2008 ; Bednarz et Janvier, 1993).

2.2. Un type de problèmes déjà ancien…remis en avant par l'institution

Les problèmes de partages inégaux ont été systématiquement proposés aux élèves jusqu'à la fin des années soixante dans le but d'enseigner l'arithmétique élémentaire et introduire l'algèbre (Coulange, 2001b). Ces problèmes n'ont probablement jamais complètement disparu des manuels scolaires de l'école primaire puisqu'ils sont repérés dans *Le nouveau MATH ÉLEM CM2* (figure 1) par exemple. L'enjeu n'est plus l'enseignement des techniques de résolution de ces problèmes à l'aide de l'arithmétique mais davantage « la représentation schématique d'énoncés écrits, comme support à la résolution de problème » (Coulange, 2001b, p. 313).

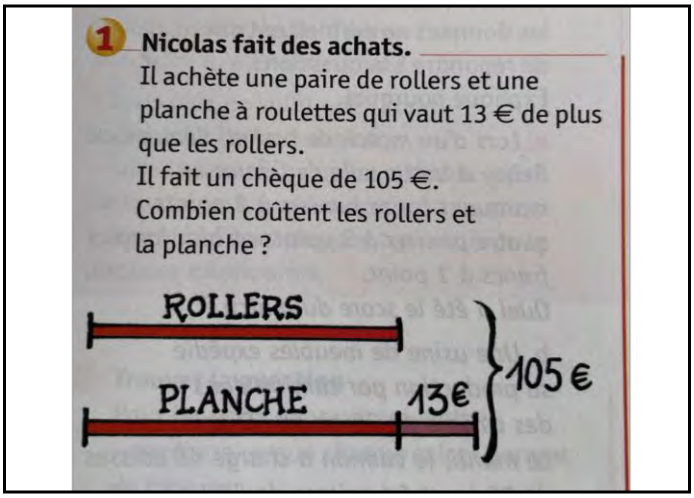


Figure 1. Problème de partages inégaux et schématisation : Le nouveau MATH ÉLEM (2001)

Plus récemment, à la faveur d'une nouvelle dynamique de l'enseignement des mathématiques dans le système éducatif français trouvant son origine dans le rapport Villani-Torossian (2018) et qui pointe la situation alarmante des connaissances et compétences des élèves français en mathématiques, un vaste plan est mis en œuvre nationalement. Pour accompagner cette nouvelle politique, des guides fondés sur l'état de la recherche sont diffusés accordant une place centrale à la schématisation en barres (MENJS, 2020, 2021). Plus précisément, au cycle 2, il est question de « modélisation progressive par le schéma en barres » (MENJS, 2020, p. 94). Au cycle 3, tout en poursuivant son enseignement pour faciliter la résolution des problèmes élémentaires, il convient de proposer une « adaptation aux problèmes en plusieurs étapes » (MENJS, 2021, p. 113) et d'utiliser « les schémas en barres pour traiter des problèmes algébriques » (MENJS, 2021, p. 115). Enfin au collège, les modèles en barres sont mis en avant comme outil permettant « d'envisager des stratégies de calculs » (MENJS, 2021, p. 62).

III. PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX ET SCHÉMATISATION EN BARRES

1. Un premier exemple en formation : propriétés des longueurs et principales caractéristiques de la schématisation

Les problèmes de partages inégaux offrent une grande variété de structures pouvant s'organiser selon les nombres de parties (2, 3, …) et le type de relation (comparaison additive et/ou comparaison multiplicative). Le problème extrait de *MATH ÉLEM CM2* (figure 1) est structuré en deux parties inégales mises en relation à travers une comparaison additive. En formation, dans le but de montrer l'intérêt de la schématisation en barres, des problèmes qui se structurent selon trois parties combinant des relations de comparaisons additive et multiplicative comme celui présenté par Coulange (2005) ont été proposés aux enseignants :

> *Il y a trois tas de cailloux. Il y a trois fois plus de cailloux augmenté de 5 dans le premier tas que dans le troisième. Le deuxième tas contient 15 cailloux de plus que le double du premier tas. Sachant qu'il y a 180 cailloux en tout, combien chaque tas contient-il de cailloux?* (Coulange, 2005, p. 312).

Le grand intérêt de la schématisation en barres repose implicitement sur les fortes ressemblances entre les actions possibles sur les longueurs et les opérations sur les nombres naturels :

> *De même qu'on peut comparer deux nombres naturels, les additionner et (dans certains cas) soustraire un nombre naturel d'un autre nombre, on peut comparer deux grandeurs de même espèce (deux longueurs, deux poids,…) les additionner et (dans certains cas) soustraire une grandeur d'une autre. À cet égard, les nombres naturels et les grandeurs se ressemblent. (Rouche, 2006, p. 103).*

Inspiré des travaux de Cabassut (2020), le schéma en barres, pour ce problème, est construit sur trois lignes. Il est pertinent de choisir comme référent le troisième tas de cailloux. Une première barre, de longueur arbitraire, est ainsi construite, représentant la grandeur associée à l'objet, c'est-à-dire la quantité de cailloux du troisième tas. À l'intérieur de la barre, est précisée la mesure associée à cette grandeur si elle est connue ou un point d'interrogation si elle est inconnue. Une légende vient compléter cette ligne pour apporter des précisions : tas 3 de cailloux. Il s'agit maintenant de construire la barre associée au premier tas de cailloux. Il convient de juxtaposer quatre rectangles. Les trois premiers sont identiques à la barre représentant le troisième tas et un quatrième rectangle représentant les 5 cailloux supplémentaires. Une nouvelle légende vient préciser ce que représente cette nouvelle barre : tas 1 de cailloux. En procédant de la même façon et en prenant comme référent le premier tas de cailloux, la barre légendée correspondant au deuxième tas de cailloux est construite. Pour finir, une accolade verticale vient signifier que la réunion de ces barres est associée à la mesure 180.

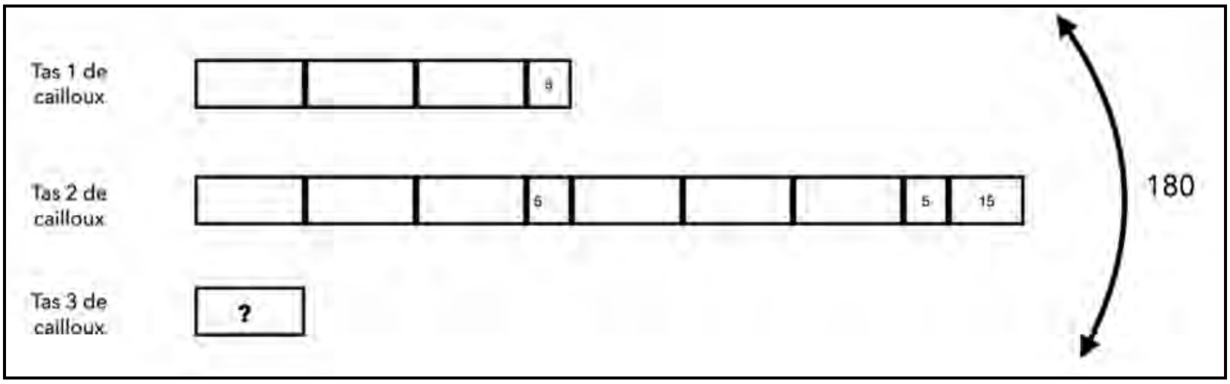


Figure 2. Proposition de schématisation en barres.

2. La schématisation en barres : un registre de représentations sémiotiques au service de la modélisation mathématique?

Duval (1996) s'intéresse à l'étude des phénomènes relatifs à l'acquisition de connaissances mathématiques selon une approche cognitive. Cette approche envisage « le fonctionnement de la connaissance sous l'angle des mécanismes et des processus qui la permettent en tant qu'activité d'un être individuel » (Duval, 1996, p.353). Faire des mathématiques c'est étudier des objets mathématiques et les utiliser pour résoudre des problèmes. Or, ces objets sont spécifiques dans la mesure où ils ne sont accessibles qu'en recourant à des représentations sémiotiques. De façon plus précise, les transformations des représentations sémiotiques sont constitutives de l'activité mathématique. Duval distingue deux types de transformation ne devant pas être confondus : la conversion et le traitement (Duval, 1993).

La conversion d'une représentation est une transformation qui consiste à proposer une nouvelle représentation de l'objet dans un autre registre. Par exemple passer d'une représentation du registre schématique à une représentation du registre symbolique (Tableau 1).

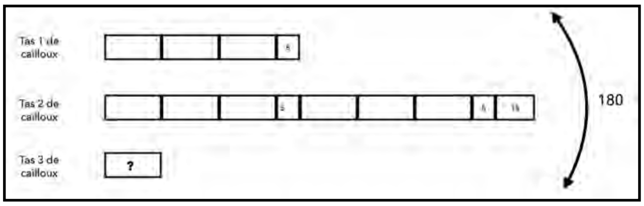
Conversion	
Registre schématique	**Registre symbolique**
	$3x + 5 + 3x + 5 + 3x + 5 + 15 + x = 180$

Tableau 1 : Conversion d'une représentation du registre schématique en une autre représentation du registre symbolique

Le traitement d'une représentation consiste à faire évoluer cette représentation dans le même registre en respectant les règles de fonctionnement propres au registre. Par exemple, passer d'une première représentation sémiotique du registre schématique à une deuxième représentation au sein du même registre est précisément un traitement (tableau 2). Cela est possible en considérant « l'addition » des longueurs, « la soustraction » d'une longueur à une autre et les propriétés de commutativité et d'associativité des longueurs.

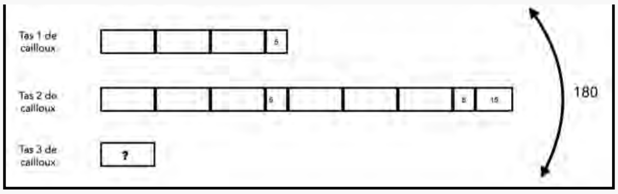
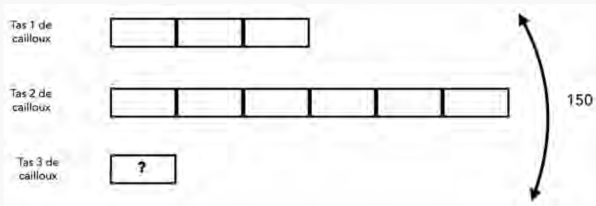
Traitement	
Registre schématique	**Registre schématique**
	

Tableau 2 : Traitement d'une première représentation du registre schématique en une autre représentation du même registre schématique.

Finalement, la schématisation en barres permet les trois activités cognitives permettant de la considérer comme un registre sémiotique. En effet, elle permet la formation d'une représentation identifiable et les deux types de transformation à savoir la conversion et le traitement. Nous faisons ici l'hypothèse que l'élaboration de la représentation du registre schématique (le schéma en barres) facilitera la modélisation mathématique et donc la résolution du problème (figure 3).

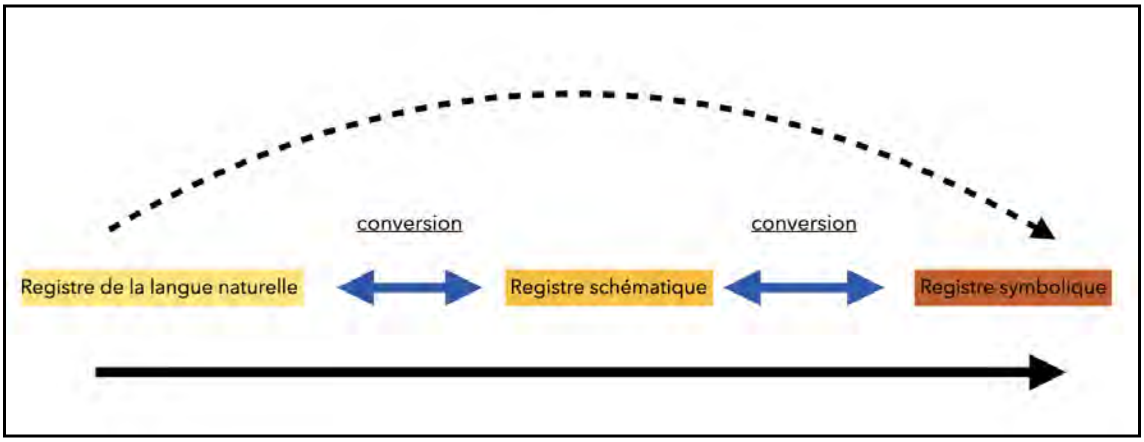


Figure 3 : Explicitation du rôle essentiel du registre schématique (schéma en barres) dans la résolution de problèmes de partages inégaux.

IV. EXPÉRIMENTATION AU CM2

La conception de la séance ainsi que sa mise en œuvre ont été faites par mes soins dans différentes classes de CM2 de différentes circonscriptions de l'académie de la Réunion avec l'accord des inspecteurs et des enseignants. Il est important de signaler également que les élèves concernés n'ont pas eu d'enseignement relativement à la schématisation en barres avant cette expérimentation. La situation de référence envisagée s'inspire de la proposition de Dumonty (2008) présentée dans la section 2.1. Les deux premières phases de la séance s'inscrivent directement dans l'approche de l'enseignement explicite nord-américaine dans le but d'étudier l'appropriation de la schématisation en barres par les élèves à la suite d'une phase de modelage.

1. La situation de référence et une brève analyse a priori

En combinant le nombre de parties (2, 3, 4, …), la nature des relations de comparaison (additive et/ou multiplicative) et le nombre de référents (1 ou 2), les problèmes de partages inégaux offrent une très grande diversité de situations envisageables au CM2. L'objectif central, dans l'expérimentation décrite dans cette contribution, réside davantage dans les transformations de type conversion que dans celles de type traitement : conversion d'une représentation du registre de la langue naturelle en une représentation du registre schématique d'une part, et conversion d'une représentation du registre schématique en une représentation du registre symbolique d'autre part. La transformation de type traitement, envisageable dans le registre schématique, n'est pas notre objectif. La relation de comparaison multiplicative est privilégiée.

La situation fondamentale élaborée comporte 3 parties mises en relation à partir de comparaisons multiplicatives uniquement et un référent unique aussi dans un contexte familier aux élèves (Les Kaplas) : trois élèves de la classe, Alicia, Ben et Célia souhaitent faire chacun une construction à l'aide des Kaplas de la boîte. Il y a 180 Kaplas dans la bote. Ben prend trois fois plus de Kaplas qu'Alicia. Celia prend 5 fois plus de Kaplas qu'Alicia. Combien de Kaplas Alicia, Ben et Célia prennent-ils chacun?

L'enseignement explicite de la schématisation en barres devrait permettre aux élèves de produire le schéma ci-dessous (figure 4).

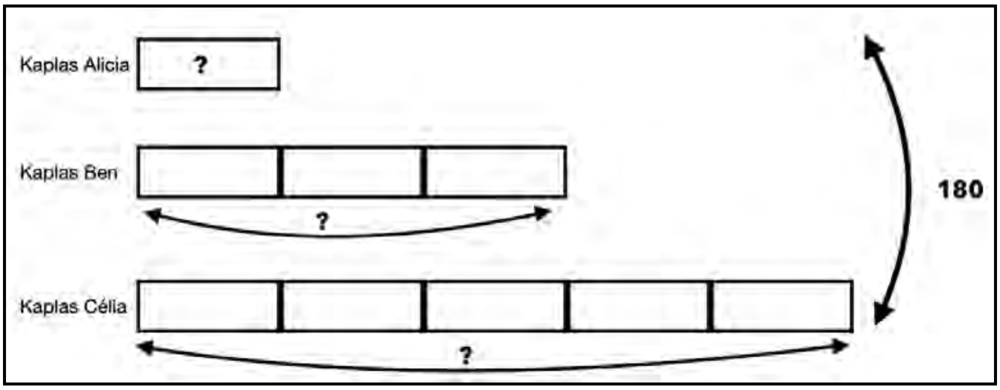


Figure 4 : Schématisation en barres attendue des élèves de CM2

Cette schématisation se veut opérationnelle dans la mesure où elle va permettre aux élèves d'agir et de modéliser. Les élèves pourront ainsi procéder par essais-ajustements pour atteindre la solution. D'autres élèves pourront procéder de façon plus experte en repérant dans cette schématisation l'existence de neuf parties identiques dont la mesure de la réunion des parties est 180. Le choix des données numériques n'est donc pas le fait du hasard mais bien guidé par la possibilité de trouver à partir de connaissances anciennes l'égalité 9 x 20 = 180.

2. Le scénario de la première séance et enseignement explicite

La conception de la séance est guidée, dans la mesure du possible, par les principes généraux de l'enseignement explicite nord-américain. La situation de référence envisagée précédemment est intégrée à une séance comportant six phases décrites succinctement dans le tableau 3.

Phase	Objectif	Enseignement explicite
1	Expliciter l'objectif aux élèves. Utiliser la schématisation en barres pour représenter un problème mathématique et le résoudre.	Fournir un objectif clair
2	Résoudre deux problèmes basiques de type comparaison et s'initier à la schématisation en barres. Problème 1 : Mélanie a 16 billes. Sa copine Orlane lui dit : « Moi, j'ai 4 billes de plus que toi. » Combien de billes a Orlane? Problème 2 : Mélanie a toujours 16 billes. Sa copine Emmy lui dit: « Moi, j'ai 4 fois plus de billes que toi. » Combien de billes a Emmy?	Fournir des descriptions et démonstrations claires des notions à acquérir grâce au modelage et à la réflexion à voix haute. Promouvoir l'engagement actif des élèves par de nombreuses sollicitations.
3	Prendre connaissance de la nouvelle situation donnée à l'oral et la comprendre.	
4	Faire un schéma en barres de la situation décrite et mise en commun.	
5	Utiliser le schéma en barres pour résoudre le problème mathématique.	
6	Institutionnalisation	Faire la synthèse de ce qu'il faut retenir. Reconnaître une connaissance comme savoir.

Tableau 3 : Les différentes phases de la première séance en lien avec l'enseignement explicite

La phase 2 est centrale car il s'agit d'enseigner explicitement la schématisation en barres. Les problèmes choisis sont volontairement accessibles aux élèves de CM2 et ce n'est pas tant leur résolution que leur schématisation en lien avec la modélisation qui sont mises en avant (figure 5). Comme le suggèrent Clivaz et Dindyal (2021), il s'agit de permettre aux élèves de se familiariser avec ces modèles « pour une utilisation dans des cas plus complexes » (Clivaz et Dindyal, 2021, p. 12).

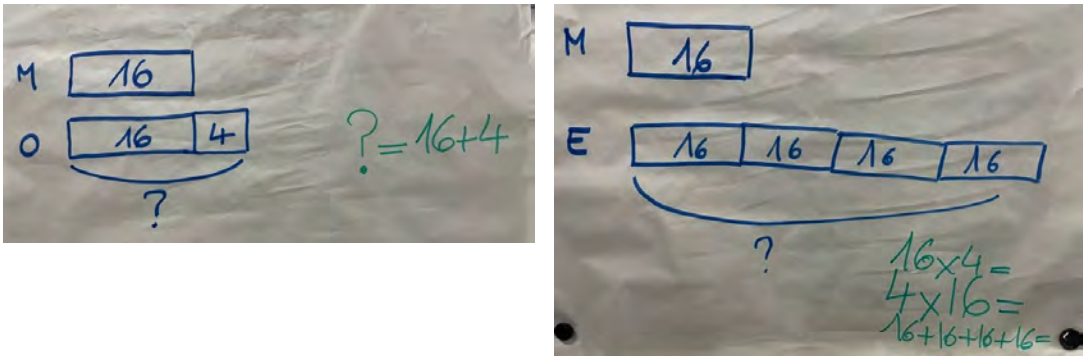


Figure 5 : Schématisation et modélisation mathématique pour les problèmes de la phase 2.

La réflexion à voix haute, un des principes de l'enseignement explicite, consiste dans ce cas précis à donner des explications claires sur l'élaboration des schémas. Par exemple pour le problème 1 de la phase 2 :

Pour faire le schéma de ce problème, je fais d'abord un rectangle pour représenter la quantité de billes de Mélanie. Sur une autre ligne je fais un rectangle pour représenter la quantité de billes de Orlane. Je fais d'abord le même rectangle que pour Mélanie et je fais une autre partie parce qu'on nous dit que Orlane a 4 billes de plus. Je fais une grande flèche pour préciser que c'est en mettant ensemble ces deux parties qui va permettre de trouver le nombre de billes de Orlane. Le point d'interrogation précise également ce que l'on cherche.

L'engagement actif des élèves, autre principe de l'enseignement explicite, se fait aussi par les nombreuses questions pouvant être posées aux élèves pour mieux comprendre les schémas élémentaires ci-dessus. Par exemple pour le problème 2 de la phase 2 :

- Pourquoi avoir disposé les rectangles sur deux lignes ?
- Pouvez-vous expliquer la présence de quatre rectangles identiques sur la deuxième ligne ?
- Que signifient les lettres E et M ? Pouvons-nous être plus précis ?
- Pourquoi le point d'interrogation se trouve-t-il ici ?
- Que signifie la double flèche ?
- Est-ce normal que le rectangle représentant le nombre de billes que possède Emmy soit plus long que celui de Orlane ?

3. Des productions emblématiques

La phase 3 est proposée à l'oral. Plus précisément, il s'agit de raconter une histoire et pas seulement lire l'énoncé favorisant ainsi l'appropriation de la situation par les élèves. Volontairement, le nombre total de Kaplas n'est pas dévoilé. L'objectif est de favoriser la compétence *représenter*. En effet, l'absence de cette donnée rend impossible les calculs. Ce comportement consistant à effectuer très vite des calculs en négligeant la phase de compréhension est donc réduit. De nombreuses schématisations en barres des élèves tendent vers celle présentée ci-dessous (figure 6) incluant de nombreux éléments attendus : Trois lignes pour distinguer les trois parties, les légendes pour préciser ce dont il s'agit, le point d'interrogation (les points d'interrogations) pour identifier ce qu'il faut chercher mais également la prise en compte des relations de comparaison entre les trois parties.

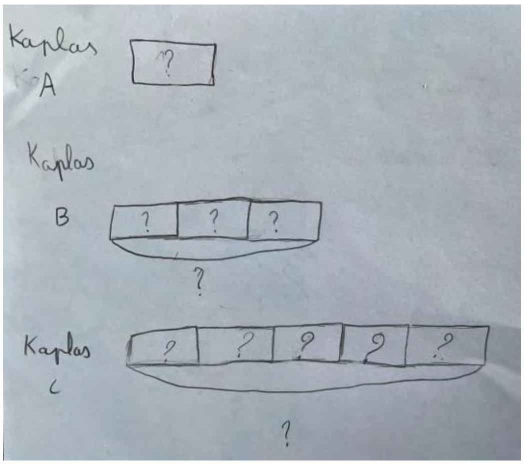


Figure 6 : Schématisation en barres emblématique des élèves de CM2

Une fois la mise en commun de la phase 5 effectuée, le nombre total de Kaplas est proposé. La schématisation en barres se veut opérationnelle invitant les élèves à faire des essais. La stratégie essais-ajustements a été majoritairement utilisée. Cependant, elle n'a pas été mise en œuvre spontanément comme si pour les élèves en mathématiques la solution correcte devait jaillir « du premier coup ».

Cette stratégie peut aboutir à la solution si les élèves ont la capacité de contrôler les réponses successives produites. Tel est le cas de l'exemple ci-dessous (Figure 7). En effet, un premier essai est tenté avec 9 Kaplas pour Alicia. Cela permet de déterminer le nombre de Kaplas des deux autres élèves : 27 = 9 + 9 + 9 et 45 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9. La somme totale de Kaplas étant 81, le nombre initial doit être ajusté car différent de 180. Le premier essai à 9 peut sembler surprenant. En effet, un essai à 10 aurait été beaucoup plus facile : 10 + 30 + 50 = 90.

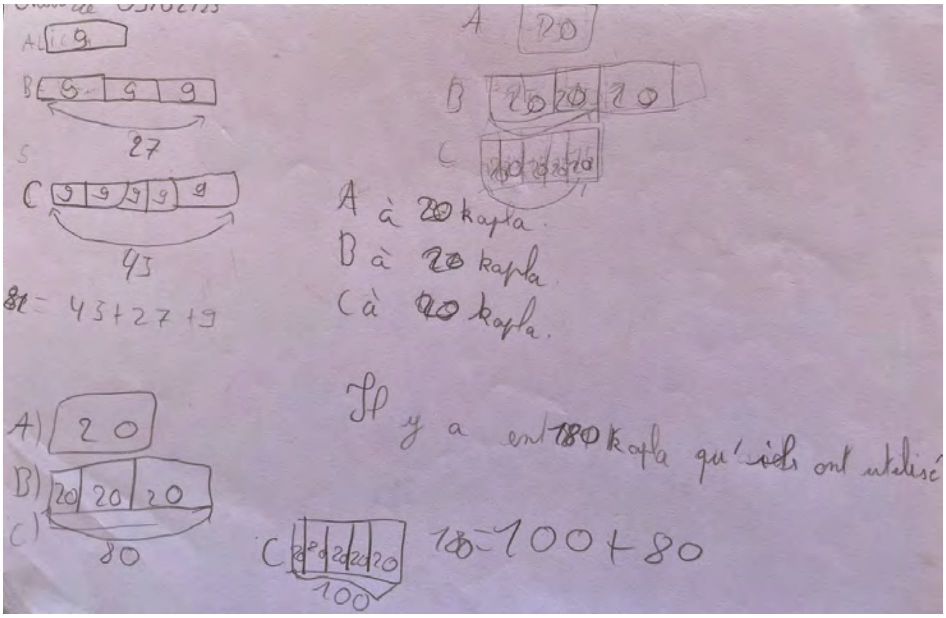


Figure 7 : Schématisation en barres, essais et ajustements

Une nouvelle production d'élève mérite d'être exposée car il s'agit d'une recherche systématique d'un élève qui passe en revue toutes les possibilités (2, 3, … 19, 20) jusqu'à aboutir au résultat correct (Figure 8).

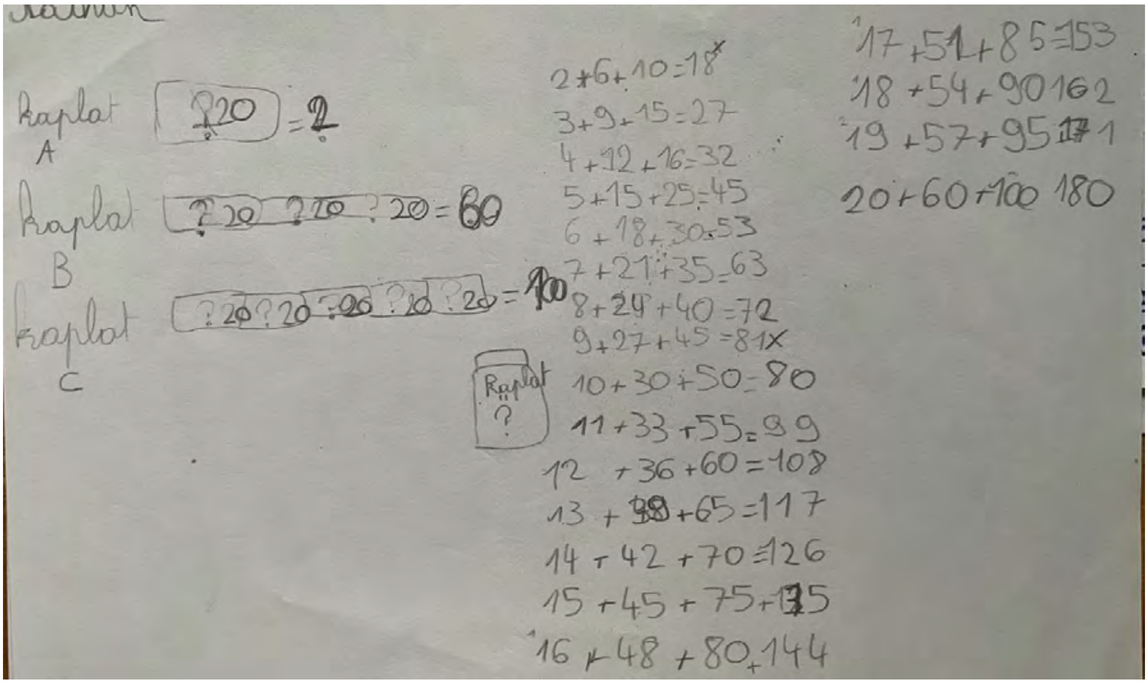


Figure 8 : Essais systématiques pour atteindre 180.

Une dernière production d'élèves témoigne d'une récupération rapide de faits numériques conduisant à la solution. Pour certains élèves, un seul essai a permis d'atteindre la solution au problème (figure 9).

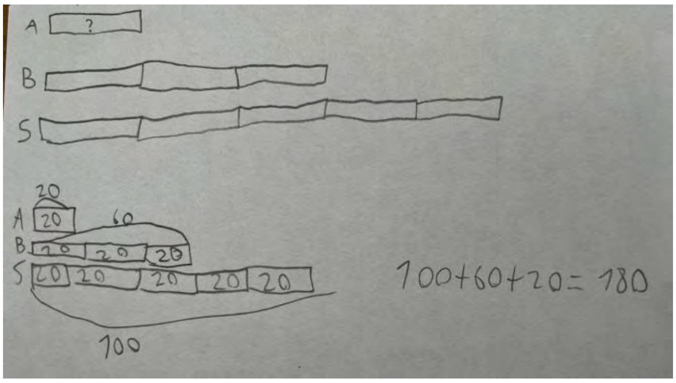


Figure 9 : Schématisation en barres, essai unique pour atteindre la solution et modélisation

4. L'institutionnalisation

L'institutionnalisation est la dernière phase de la séance. Enseigner explicitement les mathématiques c'est aussi permettre aux élèves d'identifier les connaissances qui vont être reconnues par l'institution comme objet culturel.

Cette expérimentation a permis, premièrement, de montrer la pertinence de la schématisation en barres pour la résolution de problèmes de partages inégaux au cycle 3 favorisant, en effet, la conversion de la situation évoquée verbalement en une représentation schématique opératoire pour de nombreux élèves. Il n'est pas exclu cependant que certains élèves puissent atteindre la solution sans y recourir.

Ensuite, la particularité des problèmes de partages inégaux est qu'ils permettent des résolutions de types arithmétique par des essais-ajustements et algébrique par la résolution d'une équation du premier degré. De ce point de vue, il est important de permettre aux élèves de saisir l'idée que la schématisation en barres favorise un raisonnement intégrant des données inconnues et connues.

Enfin, la stratégie essais-ajustements doit être mise en avant comme stratégie efficace en mathématiques, trop rarement mise en œuvre spontanément par les élèves lors de cette expérimentation.

IV. CONCLUSION

L'enseignement explicite est au cœur de cette expérimentation. Elle suggère que la phase de modelage, au cœur de laquelle la schématisation en barres est proposée, permet à de nombreux élèves de se l'approprier. Il en ressort que les problèmes de partages inégaux semblent particulièrement pertinents pour enseigner explicitement la schématisation en barres au cycle 3 puisqu'elle s'est révélée être un outil puissant pour atteindre la solution. Malgré la pertinence de l'outil, il faut garder à l'esprit que d'autres types de représentations doivent être enseignés. Il est donc essentiel lors de l'analyse *a priori* des situations de bien mesurer la pertinence des choix didactiques.

De nombreuses questions ont émergé à la suite de cette expérimentation. En effet, malgré un enseignement explicite de la schématisation en barres lors de la phase de modelage préconisé par le CSEN, certains élèves sont restés, malgré tout, démunis face à cette situation montrant les limites de l'enseignement explicite défendu par Gauthier, Bissonnette et Richard (2013) faisant échos aux propos tenus par Reuter (2019) indiquant que « l'explicitation du maître ne garantit en rien la compréhension des élèves » (Reuter, 2019, p. 34).

Comment concilier enseignement explicite et constructivisme défendu en didactique des mathématiques ? Comment favoriser l'appropriation de la schématisation en barres par les élèves les plus fragiles pour résoudre des problèmes de partages inégaux ? Quelles adaptations pour des élèves de CM1 (début de cycle 3) ? De 6^{e} (fin de cycle 3) ? Voilà de nouvelles questions qui mériteraient, selon nous, de nouvelles investigations.

V. BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Cabassut, R. (2020). Les représentations en barres : « Ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ». *Au Fil des Maths, n°537*, 10-19.

Cabassut, R. (2021). Vergnaud versus Singapour. *Au Fil des Maths*, Hors-Série n°1, 136-141.

Clivaz, S. et Dindyal, J. (2021). Représentations graphiques et résolutions de problèmes : Le cas de Singapour. *Grand N, n° 108*, 5-25.

Coulange, L. (2001b). Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20^{e} siècle : contraintes et espaces de liberté pour le professeur. *Petit x*, 57, 61-78.

Coulange, L. (2005). Résoudre des problèmes entre arithmétique et algèbre : au primaire, au secondaire…en formation initiale. *Actes du XXXè colloque national des professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (307-330). Avignon : IREM de Marseille.

Crahay, M. (2013). *Psychologie de l'Education* (2ème édition). Paris : Presses Universitaires de France.

Demonty, I. (2018). Entre démarches des élèves et connaissances des enseignants : quelle progression de la pensée algébrique entre 10 et 14 ans? *Actes du colloque EMF. Mathématiques en scènes : des ponts entre les disciplines* (256 - 265). Paris : IREM de Paris.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, volume 5*, 37-65.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *volume 16*, n°3, 349-382.

Gauthier, C. Bissonnette, S. et Richard, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves : la gestion des apprentissages.* Paris, De Boeck.

Guilmois, C. (2019). *L'efficacité de l'enseignement socioconstructiviste et de l'enseignement explicite en éducation prioritaire : quelle alternative pour apprendre les mathématiques?* Thèse de doctorat. Université des Antilles.

Guilmois, C. Clément, C. Troadec, B. et Popa-Roch, M. (2020). Je découvre et je fais. On me montre et je fais. Comment faire réussir les élèves de l'éducation prioritaire? *Revue Suisse des Sciences de l'Education, volume 42*, n°3, 678-692.

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour cherche. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, volume 14,* 31-59.

Laval, V. (2012). *La psychologie du développement : modèles et méthodes.* Paris : Armand Colin.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, n°100,* 59-78.

MENJ. (2022). *L'enseignement explicite : de quoi s'agit-il, pourquoi ça marche et dans quelles conditions?* Paris : Canopé éditions.

MENJS. (2020). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). *La résolution de problèmes mathématiques au collège*. Paris : Eduscol.

Reuter, Y. (2019). Des implicites sur l'enseignement explicite. *Cahiers Pédagogiques*, n°551, 32-34.

Rouche, N. (2006). *Nombres, grandeurs, proportions : Du quotidien aux mathématiques*. Paris : Editions Ellipses.