



HAL
open science

Pensée algébrique à la transition école-collège et schématisation en barres : pertinences et limites

Olivier Lebreton

► **To cite this version:**

Olivier Lebreton. Pensée algébrique à la transition école-collège et schématisation en barres : pertinences et limites. CORFEM 2024: XXXèmes journées de la Commission de la Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques, Université de Limoges; Xlim Institut de Recherche, Jun 2024, Limoges, France. hal-04790766

HAL Id: hal-04790766

<https://hal.univ-reunion.fr/hal-04790766v1>

Submitted on 19 Nov 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Pensée algébrique à la transition école-collège et schématisation en barres : pertinences et limites

Olivier Lebreton*^{1,2}

¹Institut Coopératif Austral de Recherche en Education – INSPE Réunion – France

²Laboratoire Paragraphe – Université Paris 8 Vincennes-Saint-Denis, CY Cergy Paris Université – France

Résumé

Questionner l'amont du calcul algébrique c'est inévitablement interroger, selon nous, le lien entre arithmétique et algèbre. Cette question n'est pas nouvelle mais reste vive et revêt un intérêt pour les professeurs des écoles de cycle 3, les professeurs de mathématiques du collège, les formateurs et les chercheurs. Lorsqu'il s'agit de porter la réflexion sur le lien entre l'arithmétique et l'algèbre, deux points de vue émergent selon Grugeon-Allys et Pilet (2017) : discontinuité et continuité.

Pour Vergnaud, par exemple, il est question d'une double rupture épistémologique avec l'introduction d'une part, d'un " détour formel dans le traitement de problèmes... " et d'autre part, d'une introduction " d'objets mathématiques nouveaux " (Vergnaud, 1988, p. 189).

La première rupture renvoie à la nature du raisonnement pour atteindre la solution. En arithmétique, la recherche des inconnues progresse pas à pas en opérant exclusivement sur les données. En algèbre, en revanche, le raisonnement est davantage global en opérant formellement simultanément sur les données connues et inconnues avec un niveau de généralité beaucoup plus grand.

La seconde rupture renvoie à de nouveaux objets mathématiques comme les équations par exemple mais fait référence aussi à l'évolution du statut de certains objets mathématiques déjà connus. L'égalité est emblématique de cette évolution. Si en arithmétique l'égalité se lit davantage de la gauche vers la droite et est vue comme l'annonce d'un résultat sous la forme d'un nombre sans signe opératoire, en algèbre les caractères transitif et symétrique sont essentiels.

Vergnaud a bien mis en évidence cette double rupture. Il ne reste pas moins vrai qu'il décèle dans l'arithmétique les prémices de la pensée algébrique (Vergnaud, 1988) et rejoint, d'une certaine façon, le courant de l'Early Algebra qui a la volonté de " rendre accessible à de jeunes élèves (6-12 ans) certains aspects de l'activité algébrique " (Grugeon-Allys & Pilet, 2017, p. 111). Cela impose aux chercheurs une réflexion sur les problèmes mathématiques à proposer et un consensus semble se dégager autour des problèmes de généralisation de motifs géométriques, la résolution de problèmes à énoncés verbaux et le calcul réfléchi (Vergnaud, 1988 ; Grugeon & Pilet, 2021 ; Monty, 2018, Coppé & Grugeon, 2009).

*Intervenant

Du point de vue de la recherche, nous nous intéressons à la résolution de problèmes arithmétiques à l'école (Lebreton, 2011, 2019) et récemment à la résolution de certains problèmes atypiques par opposition aux problèmes basiques et aux problèmes à plusieurs étapes selon la catégorisation de Houdement (2017). Nous nous focalisons sur les problèmes de partage inégal (Vergnaud, 1988), appelés aussi problèmes de partage en parties inégales (Coulange, 2005) ou encore problèmes de partages inégaux (Monty, 2018). Il s'agit de problèmes pouvant être présentés selon l'énoncé suivant emprunté à Oliveira et Réhaume (2014) et repris par Monty (2018) : " Martha, Raphaël et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ? " En reprenant la terminologie développée par Bednarz et Janvier (1993) et reprise par Coulange (2005, p.309), le problème ci-dessus peut être qualifié de " déconnecté " dans la mesure où " aucun pont ne peut être établi a priori directement entre des données connues pour trouver les données inconnues " conduisant possiblement à un raisonnement de nature algébrique. En reprenant les propos de Bednarz et Janvier (1993), ce type de problèmes est davantage proposé dans le secondaire. Lors d'une expérimentation en CM2 (Lebreton, 2024), nous avons fait le choix de proposer ce type de problèmes à des élèves de CM2 en exploitant un outil remis en avant récemment dans les guides fondamentaux pour l'enseignement (MENJS, 2020, 2021,2022) : la schématisation en barres. C'est " un outil de modélisation qui met en évidence les relations arithmétiques entre les données de l'énoncé et la grandeur " longueur " " (MENJS, 2021, p. 62) et " permet d'envisager des stratégies de calculs. " (MENJS, 2021, p.62). Les travaux que nous menons tendent à confirmer le caractère opératoire de cette schématisation pour les problèmes de partage inégal puisque de nombreux élèves arrivent à trouver la solution. Ainsi la schématisation en barres rendrait les relations entre les nombres saillantes.

Ce caractère facilitateur de la schématisation en barres pour résoudre des problèmes de partage en parties inégales invite à s'intéresser à la théorie des registres de représentations sémiotiques de Duval (1993). Pour cet auteur, les représentations sémiotiques, qui sont des " productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiante et de fonctionnement " (Duval, 1993, p. 39), sont essentielles. Il est question plus précisément de registres de représentation. Pour l'algèbre, par exemple, il pointe le registre de la langue naturelle et le registre de représentation symbolique. Pour aller plus loin, Duval montre que la compréhension des objets mathématiques implique nécessairement l'utilisation d'au moins deux registres de représentation mobilisant trois activités cognitives fondamentales : la formation d'une représentation identifiable, le traitement d'une représentation dans le registre même où elle a été formée et enfin la conversion d'une représentation en une représentation d'un autre registre. Les travaux que nous menons suggèrent que la schématisation en barres pourrait être considérée comme un registre de représentation sémiotique. Nous défendons l'idée que l'utilisation de ce registre schématique pour les activités algébriques liées à la résolution de problèmes est une piste intéressante en cycle 3 en amont de l'algèbre formelle du cycle 4.

Notre proposition d'atelier pour ce colloque vise quatre objectifs : a) s'approprier la schématisation en barres à partir de la conversion d'énoncés de problèmes arithmétiques élémentaires en schémas, b) explorer les problèmes de partages en parties inégales et élaborer différentes schématisations, c) effectuer des traitements au sein du registre de représentation schématique et discuter des éventuelles potentialités comparativement au formalisme algébrique à travers le concept de congruence et d) questionner la schématisation en barres pour des problèmes pouvant se ramener à l'équation $ax + b = cx + d$ (exemple : " Alice et Bertrand " (Coppé & Grugeon, 2009)).

Bibliographie

Coppé, S. & Grugeon, B. (2009). Le calcul littéral au collège : quelle articulation entre sens et technique ? Actes du 16ème colloque de la CORFEM.

Coulange, L. (2005). Résoudre des problèmes entre arithmétique et algèbre : au primaire, au secondaire...en formation initiale. *Actes du XXXème colloque national des professeurs*

et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres. Avignon, IREM de Marseille, 307-330.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2017). Quelles connaissances et quels raisonnements favorisent l'accès dans l'algèbre ? *Nouveaux cahiers de la Recherche en Éducation*, 20(3), 106-130.

Grugeon-Allys, B. & Pilet, J. (2021). L'activité numérique-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation et Didactique*, 15(2), 9-26.

Houdement, C. (2017). La résolution de problèmes à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

Lebreton, O. (À paraître). Enseigner explicitement la schématisation en barres pour résoudre des problèmes de partages inégaux au cycle 3 : pertinence et limites. Actes du 49ème colloque de la COPIRELEM. Marseille.

MENJS. (2020). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). La résolution de problèmes mathématiques au collège. Paris : Eduscol.

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. Dans *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique ?* Grenoble : La Pensée Sauvage, 189-199.