Figures idéales et figures sensibles. Place des instruments de dessin dans l'histoire et l'enseignement de la géométrie

Dominique Tournès

FIGURES IDÉALES ET FIGURES SENSIBLES
Place des instruments de dessin dans l'histoire et l'enseignement de la géométrie

Dominique TOURNÈS
IUFM de la Réunion et REHSEIS-CNRS (UMR 7596)

RÉSUMÉ. – On a parfois tendance à croire, en référence à un modèle grec en partie mythique, que la géométrie s'occupe principalement de figures idéales, purs objets de pensée ayant pour fonction de servir de support à des raisonnements abstraits. C'est méconnaître que, tout au long de son histoire, la géométrie s'est constituée à travers des pratiques : pratique des artisans et des artistes, pratique du dessin à l'aide d'instruments variés, pratique du tracé continu de courbes à l'aide de mouvements. En dépit de réticences idéologiques tenaces, des recherches historiques récentes s'efforcent de montrer que figures sensibles et figures idéales ne peuvent exister que simultanément, dans une dialectique permanente génératrice de sens. Si le géomètre confirmé, s'appuyant sur une longue expérience antérieure, peut parfois travailler directement sur des figures idéales, il n'en va pas de même dans l'enseignement, où l'élève doit nécessairement approfondir sa vision de l'espace par une pratique constante et raisonnée des instruments de dessin.

ABSTRACT. – *With reference to the Greek pattern which is partly mythic, it has sometimes been thought that geometry concerns itself mainly with ideal figures, those purely abstracts objects whose function it is to support abstract reasonings. Such a view totally ignores the fact that, ever since its beginnings, geometry has evolved through a practical approach devised by craftsmen and artists, in such fields as drawings performed by means of various instruments, and continous drawing of curves obtained through motion. Despite tenacious ideological reluctances, recent research in history has managed to point out that actual figures and ideal ones cannot but exist simultaneously, in a permanent, meaningful dialectic. Unlike the expert in geometry who, thanks to a long-standing experience with ideal figures, will occasionally deal with them directly, students at school must necessarily improve their representation of space through a constant, judicious use of drawing instruments.*

La géométrie a pour objet la construction et l'étude raisonnée de figures. Mais qu'est-ce qu'une figure ? Plan, carte, dessin, graphique, schéma, illustration, représentation du monde, mesure de la terre et du ciel, trace du mouvement, outil de calcul, support du raisonnement, figure construite ou figure pensée, figure pour agir ou figure pour rêver ? De l'art rupestre à la conception assistée par ordinateur, en passant par les pavages de l'Alhambra ou les perspectives de Dürer, la figure géométrique est omniprésente dans l'histoire, les arts et les sciences. Et qui dit figure dit instrument pour la réaliser, que ce soit la main, le compas ou l'ordinateur. Je me propose donc de réfléchir ici au rôle des instruments de dessin dans l'histoire de la géométrie et d'en tirer quelques conséquences pour l'enseignement de cette discipline.

La prétendue aversion de Platon pour les figures sensibles

Notre pensée géométrique, qu'on le veuille ou non, est fortement conditionnée par le modèle grec et, selon une opinion couramment admise, la géométrie grecque serait une géométrie des figures idéales. Une longue tradition fait remonter ce point de vue à Platon. On sait bien que, pour Platon, l'objet de la géométrie n'est pas la figure grossière que l'on trace sur le sol ou sur le papier avec un instrument matériel, mais la figure en soi, la figure parfaite, la figure intelligible qui, seule, relève du monde des idées. Est-ce à dire que Platon rejetait l'usage des instruments et interdisait aux géomètres de construire concrètement des figures ? On a beau chercher, on ne trouve rien de tel dans son œuvre. Il semble que le malentendu provienne d'une seule source : quelques lignes de Plutarque (*Vie de Marcellus*, XIV, 11) écrites au premier siècle de notre ère. Après avoir rappelé que de nombreux géomètres grecs s'étaient appuyés sur des expérimentations et avaient conçu des instruments pour résoudre des problèmes difficiles comme celui de l'insertion de deux moyennes proportionnelles, Plutarque fait état de la colère supposée de Platon :

> « Mais Platon s'indigna et leur reprocha énergiquement de perdre et de ruiner l'excellence de la géométrie, qui désertait avec eux les notions abstraites et intelligibles pour passer aux objets sensibles, et revenait à l'utilisation d'éléments matériels, qui demandent un long et grossier travail manuel » (Plutarque, 1966, p. 209).

Rares sont les historiens qui, à l'exemple de Paul Tannery (1887, p. 79), se sont défiés du récit de Plutarque. Pour rétablir ce qui, d'après moi, constitue la véritable pensée de Platon, je ferai appel à une lettre assez rarement citée (*Lettres*, VII, 341) dans laquelle le philosophe définit clairement les diverses facettes de la connaissance que nous pouvons avoir d'une réalité :

> « Pour chacune des réalités, les facteurs indispensables de la connaissance qu'on en obtient sont au nombre de trois, et un quatrième est la connaissance en elle-même ; pour ce qui est d'un cinquième, il faut admettre que c'est, en soi, l'objet précisément de la connaissance et ce qu'il est véritablement. Premier facteur : le nom ; deuxième facteur : la définition ; troisième : l'image représentée ; quatrième : la connaissance. Mais, si vous voulez comprendre ce que je veux dire à cette heure, envisagez un unique exemple, et, à propos de

> tout, raisonnez de même. “Cercle”, voilà quelque chose dont on parle, et qui a pour nom le mot même que nous prononçons à présent. Vient en second lieu la définition de la chose en question, définition qui est composée de noms et de verbes : ce qui à partir des extrémités pour aller vers le milieu est dans tous ses points à une distance égale, voilà en effet la définition de ce à quoi nous donnons précisément le nom de “rond”, de “circonférence” ou de “cercle”. En troisième lieu, il y a la figure qu’on dessine et que l’on efface, ce que l’on tourne au tour et qui se détruit : accidents dont est complètement exempt le cercle en soi, auquel se rapportent toutes ces images, parce qu’il est autre chose que celles-ci. En quatrième lieu, il y a la connaissance, l’intellection avec l’opinion vraie, relativement à ces objets. Or, l’ensemble de tout cela doit à son tour être tenu pour un unique facteur qui ne réside pas dans les sons que l’on profère, pas davantage dans les figures matérielles, mais bien dans l’âme : par quoi il est manifeste que la nature en est autre que celle du cercle en soi et des trois facteurs, dont il a été question précédemment ; mais, d’un autre côté, c’est, pour la parenté et pour la ressemblance, l’intellection qui approche le plus près du cinquième facteur, tandis que les autres s’en éloignent davantage. [...] Quiconque, d’une façon ou d’une autre, n’a pas mis la main sur ces quatre facteurs, n’aura point parfaitement part à la connaissance du cinquième » (Platon, 1950, t. 2, pp. 1209-1210).

Ce texte montre sans ambiguïté que le cercle en soi, objet certes privilégié de l’étude des géomètres, n’épuise pas à lui seul la notion globale de cercle. La ligne circulaire que l’on matérialise sur le sol avec un cordeau tendu à partir d’un piquet, celle que l’on trace sur le papier avec un compas, l’objet rond que l’artisan façonne au tour, sont également constitutifs du concept de cercle, à tel point que même dans la connaissance rationnelle ultime que l’on peut avoir d’un objet idéal appelé « cercle », on ne peut faire abstraction des ombres sensibles qui lui donnent corps et sans lesquelles il se dissoudrait dans l’inexistence.

Platon évoque bien ces deux composantes de la géométrie que sont, d’une part la construction de figures concrètes avec des instruments de dessin, d’autre part le processus qui consiste à nommer et définir les objets géométriques dans un langage permettant de raisonner sur eux de manière formelle. Toute l’essence de la géométrie grecque – et c’est ce qui la différencie des géométries pratiques des Égyptiens ou des Babyloniens – réside justement dans le passage de la manipulation des figures dans des constructions réelles à la compréhension de leurs propriétés par la pensée pure. Mais l’accès aux figures idéales ne signifie en rien le rejet des figures sensibles. Bien au contraire, Platon affirme que le cercle véritable, c’est finalement un ensemble formé de quatre éléments : le nom, la définition, le dessin et l’objet en soi. La notion de cercle fusionne ces quatre éléments en un tout qui transcende chacun d’eux.

Si tout ceci n'était pas suffisamment convaincant, on pourrait faire appel à deux passages du dialogue intitulé *Philèbe* (51c et 56bc), dans lesquels Platon souligne la beauté des figures sensibles réalisées aux instruments et la connaissance scientifique à laquelle elles conduisent :

> « Mais je veux parler de quelque chose de droit (c'est le cas de le dire !) et de circulaire, et aussi, à supposer que tu me comprennes, de tout ce qui, et justement en partant de ces figures, est, plan ou solide, aussi bien fait au tour qu'au moyen de la règle et de l'équerre. Car ce ne sont pas là, je le dis, des beautés relatives, ainsi que le sont les autres beautés ; mais il est dans la nature de ces choses d'être, par elles-mêmes, belles toujours, et de comporter des plaisirs qui leur sont propres […] » (Platon, 1950, t. 2, pp. 610-611).

> « Mais, de son côté l'art du constructeur, lui, en tant qu'il recourt à un très grand nombre de mesures ainsi que d'instruments, lesquels lui confèrent beaucoup d'exactitude, offre, j'imagine, l'exemple d'une connaissance plus scientifique que la plupart des autres. […] Dans la construction des navires, tout comme dans celle des maisons et dans plusieurs métiers encore qui travaillent le bois, on se sert en effet, je pense, de la règle, du tour, du compas, du cordeau, enfin d'un redressoir habilement construit » (*Ibid*., p. 618).

Contrairement à l'opinion de Plutarque, il n'y a donc, chez Platon, aucun mépris des dessins ni des instruments qui servent à les réaliser. Les textes que nous avons cités signifient bien que la géométrie pratique, les figures sensibles et les instruments de dessin, d'une part ont un intérêt et une beauté propres, d'autre part jouent un rôle essentiel et incontournable dans l'élaboration des connaissances géométriques abstraites.

Le mythe de la règle et du compas

Une autre thèse régulièrement avancée est que la géométrie grecque serait exclusivement celle des problèmes que l'on peut résoudre en n'utilisant que des droites et des cercles, autrement dit la géométrie de la règle et du compas.

Il est vrai que le traité le plus célèbre des mathématiques grecques, à savoir les *Éléments* d'Euclide, n'envisage que des figures construites à partir de droites et de cercles. Les trois premières demandes du livre I sont, à cet égard, explicites :

> « 1. Qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point à tout point.
> 2. Et de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée.
> 3. Et de décrire un cercle à partir de tout centre et au moyen de tout intervalle » (Euclide, 1990, pp. 167-169).

On observe tout d'abord que, dans ces demandes, comme d'ailleurs dans le reste du traité, il n'est pas fait mention d'instruments. Certains commentateurs se sont même demandés si le compas, tel que nous le connaissons aujourd'hui, existait au temps d'Euclide. George Molland (1991, p. 186) a répondu que c'était un faux problème puisque, plusieurs siècles auparavant, on savait utiliser des cordes pour tracer des cercles, que ce soit dans la géométrie pratique égyptienne ou dans la géométrie rituelle de l'Inde védique. Ce qui est significatif dans ce genre de débat, c'est encore une fois la position idéologique selon laquelle la géométrie grecque serait tellement « pure » qu'elle ne saurait souffrir d'être souillée par l'utilisation effective d'instruments matériels.

Les trois demandes d'Euclide ne sont pas là pour définir des objets idéaux appelés « droite » et « cercle », car, en fait, ces objets ont été définis précédemment dans le traité. La fonction des postulats est plutôt de remplacer des définitions non opératoires par la description de constructions donnant réellement naissance aux lignes en question. Bien que ne faisant référence à aucun instrument particulier, les demandes d'Euclide évoquent inévitablement les mouvements continus qui permettent de tracer une droite ou un cercle. Et on se trouve aussitôt face à des questions fondamentales en géométrie : peut-on concevoir une courbe indépendamment d'un mouvement servant à la décrire ? Comment réaliser ce mouvement si ce n'est à l'aide d'un instrument ?

S'appuyant principalement sur le traité d'Euclide, beaucoup ont prétendu que la géométrie grecque ne tolérait pas d'autres instruments que la règle et le compas. Le problème, c'est qu'aucun texte ancien ne dit que la géométrie doit être restreinte aux constructions des trois premiers postulats. S'il y a eu malentendu, c'est sans doute parce qu'on a vu dans les *Éléments* d'Euclide un reflet fidèle de la totalité des recherches mathématiques grecques, là où il y avait surtout un manuel d'enseignement soucieux de présenter une synthèse claire et incontestable des premiers éléments de mathématiques. Au cinquième siècle, le commentateur Proclus de Lycie n'affirmait rien d'autre :

> « [...] car il [Euclide] n'a pas admis tous les éléments qu'il pouvait recueillir, mais bien tous ceux qui étaient susceptibles d'instruire dans les premiers principes de la géométrie » (Proclus, 1948, p. 62).

Et si ces éléments ne font intervenir que la droite et le cercle, c'est probablement parce que c'étaient, d'une part les courbes les plus simples, d'autre part les seules que l'on était parvenu à théoriser de manière satisfaisante.

Courbes et instruments : le foisonnement de la géométrie grecque

Une fois qu'on a pris ses distances avec le point de vue selon lequel la géométrie grecque n'aurait eu qu'aversion pour l'utilisation d'instruments matériels, tolérant seulement, mais sous une forme idéalisée, la règle et le compas, on découvre rapidement un autre paysage.

Très tôt, les mathématiques grecques se caractérisent par une pensée et un langage géométriques. À la suite de constatations comme celle de l'incommensurabilité de la diagonale et du côté d'un carré, les Grecs ont pris conscience que les grandeurs géométriques donnaient naissance à un monde plus riche, à un réservoir de formes plus vaste que celui des nombres rationnels – les seuls connus à l'époque – et, assez naturellement, ont pris l'habitude d'aborder la plupart des questions dans un cadre géométrique. On connaît bien les grands problèmes antiques, dont les plus célèbres sont la duplication du cube (plus généralement, l'insertion de deux moyennes proportionnelles), la trisection de l'angle et la quadrature du cercle. Dans toute la période grecque et hellénistique, le traitement de ces problèmes a fait l'objet d'une recherche libre et ouverte : constructions théoriques à l'aide d'intersection de courbes ou de surfaces, constructions par points, constructions à l'aide d'un mouvement continu ou de plusieurs mouvements continus coordonnés entre eux, conception et fabrication d'instruments spécifiques…

La géométrie grecque peut s'organiser à partir des courbes utilisées pour la construction des problèmes ou, ce qui revient au même, à partir des instruments servant au tracé de ces courbes. Dans cet esprit, au quatrième siècle, Pappus d'Alexandrie a proposé une classification qui devait faire autorité jusqu'à l'époque de Descartes. Pappus (1933, pp. 38-40) distingue trois types de problèmes :

1) les problèmes « plans », qui sont constructibles par des lignes droites et des cercles ;

2) les problèmes « solides », c'est-à-dire les problèmes non plans constructibles au moyen des sections coniques ;

3) les problèmes « linéaires », dont la construction nécessite des courbes plus compliquées que les lignes droites, les cercles et les sections coniques.

Dans cette dernière catégorie, on rencontre des courbes variées comme la conchoïde de Nicomède, la cissoïde de Dioclès, la quadratrice d'Hippias ou la spirale d'Archimède. Les textes mentionnent également divers instruments fabriqués pour résoudre des problèmes linéaires, en particulier des « mésolabes » réalisant l'insertion de deux moyennes proportionnelles et des « trisecteurs » servant à la trisection de l'angle.

Au sixième siècle, dans ses commentaires au traité *De la sphère et du cylindre* d'Archimède, Eutocius d'Ascalon rapporte une dizaine de solutions au fameux problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles (Archimède, 1972, pp. 45-75). Cet inventaire, qui accorde une égale dignité à toutes sortes de démarches, de la plus théorique à la plus instrumentale, offre une image vivante des recherches grecques, recherches que l'on voit se déployer dans toutes les directions en accordant une attention permanente aux procédés de construction.

Dans la liste d'Eutocius, on peut remarquer une solution instrumentale attribuée à Platon et reposant sur un appareil très simple formé de deux angles droits en bois coulissant l'un sur l'autre. Des historiens comme Thomas Heath (1981, vol. 1, pp. 255 et 287) ont prétendu qu'une telle solution ne pouvait être due à Platon en raison, encore et toujours, de la soi-disant aversion de ce dernier pour les solutions mécaniques. L'argument étant un peu mince, ainsi que nous l'avons vu plus haut, je préfère faire confiance à Eutocius et je me dis que, même si cet appareil n'était pas dû à Platon, le fait que des commentateurs ultérieurs aient pu le lui attribuer montre au moins que, pour eux, l'utilisation d'un tel instrument n'était en rien contraire à la doctrine platonicienne.

Dans d'autres passages, Eutocius scrute d'un point de vue pratique les solutions présentées et compare leur facilité respective de mise en œuvre. À ce propos, Henk Bos, un historien dont les analyses sur la construction des équations sont incontestablement des plus fines et des plus complètes, s'autorise pourtant à écrire (c'est moi qui traduis) :

> « Eutocius a suggéré que certaines constructions étaient préférées à d'autres parce qu'elles étaient plus commodes d'un point de vue pratique, mais cet argument n'est pas très convaincant à l'intérieur d'une géométrie aussi abstraite et aussi éloignée des applications pratiques que l'était la géométrie grecque » (Bos, 1984, pp. 334-335).

Personnellement, c'est l'argument de Bos que je ne trouve pas convaincant : je n'y décèle rien d'autre qu'une position idéologique préconçue. Nous allons voir qu'au contraire, tout, dans les textes, montre que la géométrie grecque n'était pas coupée des applications.

Dialectique entre figures sensibles et figures idéales

Nous avons constaté plus haut que Platon ne se privait pas d'évoquer la géométrie pratique, faisant allusion à l'art du constructeur de navires ou aux métiers du bois. De son côté, Eutocius, citant Ératosthène, signale que le problème des moyennes trouve des applications dans la détermination de la capacité des récipients, ainsi que dans la conception des catapultes et autres engins balistiques (Archimède, 1972, pp. 65-66).

Geminus de Rhodes, au premier siècle avant Jésus-Christ, a classifié les sciences mathématiques selon qu'elles s'occupent de choses intelligibles (géométrie, arithmétique) ou de choses sensibles (mécanique, astronomie, optique, géodésie, musique, calcul). Dans son commentaire, Proclus a analysé de façon lumineuse l'interaction, l'enrichissement mutuel, la dialectique entre ces deux aspects des mathématiques :

> « Car, en commençant de haut, la science mathématique s'étend jusqu'aux exécutions sensibles, se rapproche de la nature et démontre beaucoup de choses conjointement avec la physique, de même qu'en partant d'en bas, elle se rapproche en quelque sorte de la connaissance intelligente et parvient à la connaissance des choses premières. C'est pourquoi elle fournit, parmi ses achèvements, toute la théorie mécanique, optique, catoptrique, et beaucoup d'autres théories impliquées dans les choses sensibles, exerçant son action au moyen de ces derniers, et pourquoi elle s'attribue dans ses ascensions les intelligences impartageables et immatérielles, parachève avec celles-ci les impressions partageables et les connaissances obtenues dans leurs évolutions, assimile ses espèces et ses formes aux substances de ces connaissances et révèle la vérité sur les dieux et la contemplation sur les êtres » (Proclus 1948, pp. 15-16).

Ainsi, l'activité mathématique semble lier, de manière indissociable, le travail sur les figures sensibles à celui sur les figures idéales, et c'est dans cette dualité que se constitueraient les objets mathématiques :

> « Le général se conçoit donc doublement dans les choses multiples : d'une part dans les choses sensibles, d'autre part dans les choses imaginaires. Les concepts du cercle, du triangle et de la figure sont aussi de manière double : l'un portant sur la matière intelligible, l'autre sur la matière sensible » (*Ibid*., p. 45).

Il semble donc illusoire de vouloir faire l'histoire de la géométrie en passant sous silence, voire en niant, que les objets géométriques se constituent d'abord en acte, de manière souvent indicible, dans les pratiques géométriques des différents corps de métiers et au sein des sciences appliquées. Ce n'est qu'après un long processus que ces objets peuvent être nommés, idéalisés, et entrer dans un réseau de relations langagières pour devenir la matière d'un traitement formel. À l'égard de ce processus, le rôle des instruments de dessin, tant dans la constitution d'une théorie que dans son application en retour, est sans doute primordial.

De la géométrie arabe à la géométrie cartésienne

Les mathématiciens arabes du Moyen Âge, héritiers directs du savoir grec et hellénistique, sont loin d'abandonner les méthodes géométriques de construction des problèmes au profit de l'algèbre naissante (Rashed, 1997a). Ne parvenant pas à trouver des formules algébriques pour les équations du troisième degré, ils approfondissent la construction de ces équations par intersection de coniques, et imaginent de nouveaux instruments spéciaux pour réaliser l'insertion de deux moyennes proportionnelles et la trisection de l'angle, constructions fondamentales auxquelles se ramènent les problèmes du troisième degré. Par ailleurs, comme dans l'Antiquité, l'optique et l'astronomie suscitent un débat fructueux entre artisans et géomètres : la fabrication de miroirs conduit à des instruments mécaniques combinant règles rigides et cordes pour le tracé continu des sections coniques, tandis que les nécessités du repérage et de la navigation entraînent le perfectionnement des astrolabes.

Au dix-septième siècle, tout en restant dans la tradition de l'étude des courbes et de la construction géométrique des problèmes, Descartes renouvelle profondément la géométrie. Dans un court traité publié en annexe au *Discours de la méthode* et intitulé simplement *La Géométrie* (1637), il se sert de l'algèbre comme outil pour l'étude et la construction des courbes, ce qui aboutit à une nouvelle classification de ces dernières. C'est ainsi qu'il distingue deux classes de courbes (Rashed, 1997b) : les courbes « géométriques » et les courbes « mécaniques » (dans le vocabulaire d'aujourd'hui, cela correspond respectivement à nos courbes algébriques et transcendantes). Chez Descartes, la notion de courbe géométrique est double : il s'agit, d'une part, des courbes qui admettent une équation algébrique, d'autre part, des courbes qui peuvent être tracées par un mouvement continu unique, sans toutefois que l'équivalence des deux points de vue soit complètement établie. Cette dualité souhaitée a pour ambition de prendre en compte deux modes de construction très différents : construction par points à partir d'une propriété caractéristique, tracé continu avec un appareil articulé.

En lisant la correspondance de Descartes, on trouve quelques informations sur les origines de sa *Géométrie*. Dans sa jeunesse, il a imaginé divers instruments articulés, les « compas cartésiens », pour tracer des courbes et résoudre des problèmes (Serfati, 1993). Une lettre à Beeckman du 26 mars 1619 explique en quoi ces compas généralisés ont joué un rôle théorique fondamental dans la constitution de sa pensée mathématique. Par ailleurs, dans la période 1626-1629, Descartes a collaboré avec le lunetier Ferrier pour tailler différentes sortes de verres. C'est à cette occasion qu'il a imaginé des constructions par points de l'anaclastique (profil du dioptre qui transforme un faisceau lumineux cylindrique en faisceau conique) et qu'il s'est intéressé aux propriétés optiques des ovales, dont il a donné des constructions par points et à l'aide d'un mouvement continu (avec des règles et un fil, en s'inspirant des constructions des jardiniers pour l'ellipse et l'hyperbole). Tout ceci tend à confirmer que la géométrie de Descartes, ancrée dans le monde physique, s'est forgée à travers une longue pratique des constructions et des instruments.

Dans l'ancienne classification de Pappus évoquée plus haut, seules les deux premières catégories de courbes avaient été théorisées par les Grecs (les droites et les cercles dans les *Éléments* d'Euclide, les sections coniques dans les *Coniques* d'Apollonius). La troisième catégorie, celle des courbes intervenant dans les problèmes « linéaires », regroupait tout le reste, c'est-à-dire des courbes variées dont on ne savait pas insérer la description au sein d'une théorie cohérente et rigoureuse. Il en va de même pour la classification de Descartes : les courbes géométriques sont celles qui se prêtent à une formalisation, que ce soit à partir d'une description par propriété (une équation algébrique) ou d'une description par genèse (tracé d'un mouvement continu à l'aide d'un appareil articulé), alors que les courbes mécaniques, définies négativement, sont simplement celles qui n'entrent pas dans la première catégorie et, en quelque sorte, restent dans l'attente de nouveaux moyens d'investigation à inventer. D'ailleurs, de même que les Grecs ne se privaient pas d'employer, dans leurs recherches, d'autres courbes que les droites, cercles et coniques, Descartes n'a pas hésité à étudier des courbes mécaniques comme la spirale, la cycloïde ou la courbe logarithmique (Houzel, 1997), ni à envisager de nouveaux procédés de construction impliquant des roulements ou des fils. Aussi, il faut se méfier des affirmations hâtives selon lesquelles Descartes aurait rejeté les courbes mécaniques de la géométrie. Quand Descartes « exclut » les courbes mécaniques, il veut simplement dire qu'elles ne rentrent pas dans la théorie qu'il a mise au point, mais il ne prétend en aucune manière interdire aux géomètres de les étudier. Il ne faut pas perdre de vue que les mathématiques, c'est avant tout ce que les mathématiciens font. Pour juger des mathématiques d'une époque, il faut prendre en compte toutes les productions, sans se limiter aux traités achevés ou aux ouvrages d'enseignement. L'activité mathématique vivante se révèle aussi dans la pratique et dans la recherche.

Construction des équations et calcul graphique

Après Descartes, la construction des équations continue à susciter l'intérêt d'un grand nombre de mathématiciens. On cherche à résoudre les équations par l'intersection des courbes les plus « simples » possibles, la simplicité pouvant être tantôt celle de l'équation et tantôt celle du tracé. On prend peu à peu l'habitude de raisonner directement sur les équations par des manipulations formelles. L'algèbre se met au service de la géométrie pour faciliter l'étude et la construction des courbes mais, inversement, on utilise de plus en plus explicitement des constructions géométriques pour obtenir des valeurs approchées des racines des équations. Bref, c'est une période de riches recherches où se manifeste pleinement l'interaction entre le géométrique et l'algébrique, entre le graphique et le numérique, entre la théorie et les applications.

Le dix-septième et le dix-huitième siècles voient fleurir de nombreux traités de « géométrie organique » (géométrie à l'aide d'instruments) écrits par des mathématiciens de premier ordre. L'un des plus grands, Isaac Newton, a beaucoup réfléchi sur les liens entre géométrie, mécanique, algèbre et calcul numérique. Tout en se réclamant de la géométrie pure et de la tradition des Anciens, qu'il développe longuement, il est peut-être le premier à énoncer explicitement, dans ses cours à Cambridge, que la construction géométrique des courbes peut servir au calcul numérique (c'est moi qui traduis) :

> « Maintenant, il ne reste plus qu'à expliquer comment extraire numériquement les racines des équations, une fois que ces équations ont été réduites à leur forme la plus commode. Ici, la principale difficulté consiste à obtenir les deux ou trois premiers chiffres des racines. On peut y parvenir au mieux par telle ou telle construction de l'équation, que cette construction soit géométrique ou mécanique. […]
> Cela ne sera donc pas interprété comme une faute de ma part si, avec le prince des mathématiciens, Archimède, et d'autres Anciens, j'emploie une conchoïde dans la construction de problèmes solides. Toutefois, si quelqu'un pense différemment, je veux qu'il sache que mon souci immédiat n'est pas une construction qui soit géométrique, mais une construction de n'importe quel type par laquelle je puisse obtenir une approximation numérique des racines des équations » (Newton, 1972, pp. 423-429).

Le fait que Newton se permette, dans un même texte, d'invoquer des principes de géométrie théorique (comme de faire appel aux constructions les plus simples au sens de la classification de Pappus), puis de s'autoriser en conscience des dérogations dans le cadre du problème pratique à résoudre, a suscité la perplexité des historiens. À propos du passage précédent, Henk Bos écrit (c'est moi qui traduis) :

> « C'était une motivation pratique quelque peu en contradiction avec la défense vigoureuse de la géométrie pure. En effet, pourquoi des arguments méthodologiques bien tournés pour protéger la pureté de la géométrie synthétique contre l'influence de l'algèbre devraient-ils être exposés dans le contexte d'une simple méthode auxiliaire pour trouver les premiers chiffres d'une approximation d'une racine ? » (Bos, 1984, p. 363).

Comment interpréter cette analyse de Bos ? J'y perçois surtout une conception implicite selon laquelle il y aurait d'un côté une mathématique pure parce que coupée de la réalité, et de l'autre des applications pratiques sans grand intérêt pour lesquelles méthode et rigueur seraient superflues. Je préfère voir la géométrie comme un processus dialectique permanent et générateur de sens entre problèmes pratiques et théories abstraites. Pour Newton, qui fait vivre cette dialectique mieux que tout autre, le calcul des premiers chiffres d'une racine est un problème mathématique de première importance, qui mérite la mobilisation de toutes les ressources disponibles, qu'elles soient d'origine algébrique, géométrique ou mécanique.

Preuve de leur fécondité, ces recherches mixtes du dix-huitième siècle sur la construction des équations ont connu une double descendance : d'une part, la géométrie algébrique moderne, théorie aux ramifications abstraites s'il en est, d'autre part, le calcul graphique, qui, au moins jusqu'à la généralisation de l'emploi des calculatrices électroniques et des ordinateurs dans les années 1970, a permis aux scientifiques et aux ingénieurs d'obtenir, de façon économique, des valeurs numériques approchées au moyen de constructions géométriques. Au dix-neuvième siècle, Poncelet a bien décrit l'importance des méthodes graphiques les plus variées dans le contexte du développement industriel :

> « […] les Anciens n'ont nullement dédaigné, comme on le sait, de mettre en usage le tracé des courbes par des procédés graphiques et mécaniques qui impliquent la continuité, pour résoudre, même mécaniquement, beaucoup de questions appartenant à un ordre *transcendant* ou simplement supérieur au second degré. Les modernes, en les imitant, ont imprimé aux arts et à l'industrie une impulsion qui, espérons-le, ne se ralentira jamais.
> […] D'ailleurs, on sait très bien que le tracé graphique des courbes planes peut, non seulement s'opérer par points successifs, mais encore par l'enveloppement de droites, d'arcs de cercle, de *patrons*, *gabarits* ou *pistolets* traceurs, composés eux-mêmes d'arcs de diverses courbures, se raccordant consécutivement et auxquels le dessinateur habile substitue, presque toujours, un tracé direct en se laissant guider d'après le sentiment de la continuité, admirablement développé par de longs, de fréquents exercices, que suppléent trop rarement les instruments à style mobile, d'une perfection égale à celle du compas et quelques autres appareils délicats, propres à la génération continue des courbes […] » (Poncelet, 1864, pp. 581-586).

Construction des courbes transcendantes

À juste titre, Poncelet rappelle que les Anciens avaient déjà tracé, de manière approximative, des courbes transcendantes (celles-là même que Descartes appelle mécaniques). Et c'est bien là le problème principal qui se pose aux géomètres de la fin du dix-septième siècle et du début du dix-huitième siècle : comment étudier ces courbes transcendantes qui résistent aux méthodes connues ? Comment les construire ? Ces questions paraissent d'autant plus cruciales qu'il faut recourir de plus en plus fréquemment à des courbes transcendantes pour traiter les nouveaux problèmes surgissant à cette époque : courbe logarithmique, chaînette, brachystochrone, ligne loxodromique en navigation, courbe isochrone, courbe balistique, trajectoires perturbées des planètes… Les systèmes articulés cartésiens ne permettant de construire que des courbes algébriques, il est indispensable d'imaginer d'autres types d'instruments. Dans un article de 1693, Leibniz entame une réflexion en ce sens :

> « Il existe néanmoins d'autres façons de construire les courbes, comportant l'adjonction d'un élément Physique. Tel serait le cas si on résolvait un problème de Géométrie de détermination par des rayons lumineux (ce qu'on pourrait souvent faire avec profit) ou si on procédait comme je l'ai fait pour quarrer l'aire de l'Hyperbole, autrement dit pour construire les logarithmes, en composant un mouvement uniforme et un mouvement retardé par un frottement constant, ou encore grâce à une corde ou une chaîne pesantes qui donnent naissance à la Chaînette ou courbe funiculaire. Pourvu que le mode de construction soit exact, il entre dans la Géométrie théorique ; pourvu qu'il soit commode et utile, il a droit de cité dans la pratique » (Leibniz, 1989, pp. 254-255).

Leibniz, Huygens et bien d'autres mathématiciens se sont ainsi penchés sur la conception d'instruments reposant sur de nouveaux principes. En utilisant un roulement, mécanisme qui fait correspondre un arc de cercle à un segment de droite, on peut réaliser la quadrature du cercle. En s'appuyant sur le mouvement tractionnel, autrement dit le mouvement de l'extrémité d'un fil posé sur un plan horizontal lorsque l'autre extrémité est tirée le long d'une courbe donnée, on réussit la quadrature de l'hyperbole. Plus généralement, un mouvement tractionnel engendre une courbe qui reste constamment tangente au fil qui la trace : pour peu que l'on parvienne, par un dispositif mécanique adéquat, à contrôler la direction du fil à chaque instant, on tient la clé du problème inverse des tangentes, c'est-à-dire de la construction des courbes transcendantes définies par des équations différentielles.

Au dix-huitième siècle, les artisans ne disposent pas d'une technologie assez développée pour fabriquer avec suffisamment de précision les nouveaux instruments imaginés par les géomètres. Pour y parvenir, il faudra attendre les progrès de la mécanique industrielle dans la seconde moitié du dix-neuvième siècle. Malgré cela, la possibilité théorique de tels instruments a joué un rôle conceptuel important : celui de légitimer les courbes transcendantes (Bos, 1988). S'il devenait possible de tracer ces courbes d'un mouvement continu, de même qu'on savait le faire pour les courbes algébriques, il n'y avait plus de raison de ne pas les admettre en géométrie.

Quoi qu'il en soit, ces nouvelles spéculations ne manquent pas, aujourd'hui comme hier, de relancer un débat récurrent : peut-on faire de la géométrie sans prendre en compte le mouvement et, au-delà, le temps ? La géométrie est-elle indépendante de la physique ?

Géométrie descriptive et géométrie projective

Au début du dix-neuvième siècle, la géométrie connaît, dans une autre direction, un renouveau qui se traduit par l'apparition de plusieurs théories voisines comme la géométrie descriptive, la géométrie de position ou la géométrie projective. Ces développements abstraits proviennent tous de la pratique du dessin sous ses diverses formes.

Il y a d'abord la pratique des charpentiers ou des tailleurs de pierre, plus généralement des architectes, qui doivent dessiner sur un support plan un objet à trois dimensions dans le but de le construire. Ces bâtisseurs ont élaboré très tôt, dès l'époque gothique, des procédés pratiques qui se sont transmis d'abord oralement, puis par des dessins du type « plan-coupe-élévation », sans que jamais soit formulée la théorie géométrique sous-jacente (Sakarovitch, 1998). Ce n'est qu'en 1795, à l'occasion de ses leçons à l'École normale de l'an III, que Gaspard Monge organise ces savoir-faire séculaires en une théorie cohérente qu'il nomme « géométrie descriptive » :

> « La géométrie descriptive a deux objets : le premier, de donner les méthodes pour représenter sur une feuille de dessin qui n'a que deux dimensions, savoir, longueur et largeur, tous les corps de la nature qui en ont trois, longueur, largeur et profondeur, pourvu néanmoins que ces corps puissent être définis rigoureusement.
> Le second objet est de donner la manière de reconnaître, d'après une description exacte, les formes des corps et d'en déduire toutes les vérités qui résultent de leur forme et de leurs positions respectives.
> Nous allons d'abord indiquer les procédés qu'une longue expérience a fait découvrir pour remplir le premier de ces deux objets ; nous donnerons ensuite la manière de remplir le second » (Dhombres, 1992, p. 308).

Dans une histoire parallèle, les peintres italiens de la Renaissance inventent la perspective, autre méthode pour représenter sur un plan (le plan du tableau) des objets tridimensionnels. Entre les mains de Desargues et Pascal, la théorie de la perspective, jointe à celle des sections coniques, va donner naissance à la géométrie projective, théorie qui prendra son plein essor au début du dix-neuvième siècle avec Poncelet.

Le développement abstrait de la géométrie projective a, en retour, des retombées sur la géométrie pratique. Outre un approfondissement des techniques de géométrie descriptive, on observe un renouvellement des principales méthodes de calcul graphique employées par les ingénieurs, à savoir la statique graphique et la nomographie (Tournès, 2000). La statique graphique a pour but de calculer graphiquement les problèmes de résistance des matériaux (stabilité des ponts, des voûtes, etc.). Pour souligner le rôle important qu'elle a pu jouer, il suffit de rappeler qu'elle a servi au calcul des structures de la Tour Eiffel. La nomographie, quant à elle, est l'art de dresser des tables graphiques permettant de résoudre, par simple lecture, les problèmes les plus divers. Ces tables graphiques sont à la fois des figures, dont la construction est un problème en soi, et de nouveaux instruments pouvant servir au géomètre. Tant la nomographie que la statique graphique ont bénéficié, vers la fin du dix-neuvième siècle, des apports théoriques de la géométrie projective, en particulier du principe de dualité.

J'arrêterai là ce panorama historique, espérant avoir convaincu que toute l'histoire de la géométrie est faite d'une interaction fructueuse entre géométrie pratique et géométrie théorique, et que les instruments de dessin, à la fois outils et objets de l'activité du géomètre, sont au cœur de cette interaction. Il reste maintenant à examiner quelle est la situation dans l'enseignement.

Instruments de dessin et enseignement de la géométrie

Les dernières décennies ont fait l'objet d'une intense réflexion sur l'enseignement de la géométrie. Par des initiatives souvent malheureuses, on a tenté de transposer à l'enseignement secondaire les acquis savants issus du renouvellement de la géométrie et de la réflexion sur les fondements des mathématiques qui ont occupé une grande partie du dix-neuvième siècle et le début du vingtième. Croyant naïvement qu'on pouvait faire l'impasse sur l'expérience sensible qui sous-tend notre construction de l'espace, on a voulu introduire prématurément de grandes théories abstraites auprès de nos jeunes élèves. C'est ainsi qu'on a proposé des programmes scolaires ou des ingénieries didactiques fondés, de manière plus ou moins cachée, sur l'algèbre linéaire, sur une axiomatique à la David Hilbert ou sur des groupes de transformation à la Felix Klein. Le rôle des figures a été fortement minoré, à tel point que certains auteurs sont allés jusqu'à écrire des ouvrages de géométrie en annonçant fièrement : « Je me suis permis aussi de n'introduire aucune figure dans le texte » (Dieudonné, 1964, p. 15).

Les concepteurs de ces échafaudages pédagogiques intellectuellement séduisants – du moins pour ceux qui connaissaient déjà le sujet parce qu'ils l'avaient appris autrement – se sont fondés sur les aboutissements historiques de la géométrie en oubliant à tort ses origines. Quiconque a tenté d'enseigner la géométrie à de vrais élèves sait bien que tout cela ne marche pas.

La géométrie, c'est traditionnellement la mesure de la terre, en particulier la mesure des grandeurs fondamentales que sont les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Plus profondément, avant de comparer, mesurer ou construire des objets, il faut acquérir une intuition de l'espace provenant du mouvement : mouvement des corps solides, mouvement de notre propre corps par rapport aux autres. Dans des travaux récents, Guiseppe Longo a mis en valeur ce rôle du mouvement dans la constitution des idéalités géométriques :

> « Je crois qu'aujourd'hui on peut considérer la géométrie, grâce aux percées des biologistes et des physiologistes, comme une science de l'action et de la *prévision* du mouvement dans l'espace : le segment, la courbe, le cercle ne sont pas la "forme abstraite" d'un objet matériel, ni des "figures idéales", mais plutôt la *prévision* d'un parcours. Et la *prévision* est déjà une *abstraction*; *la trajectoire prévue ou anticipée par le regard et le geste est abstraite*. Voilà ma thèse principale.
> Autrement dit, *l'acte de prévoir, anticiper* une trajectoire constitue le fondement antique, l'embryon pré-humain de *l'abstraction géométrique* humaine, l'origine cognitive de ces lignes que nous savons concevoir sans épaisseur, car elles sont des pures directions, de ces courbes parfaitement lisses et optimales, car elles sont des pures trajectoires; mieux, elles sont des prévisions de trajectoires. Et cet acte *est là*, non seulement dans la praxis, mais aussi dans la mémoire phylogénétique de notre rapport à l'espace (certains neurones visuels s'activent pour des "directions" dans l'espace). On l'utilisera, peut-être, aussi pour former des figures par interpolation, pour suivre ou reconstruire des contours en intégrant leur perception visuelle, vers cette géométrie des formes qui est une partie de celle de l'espace. Le langage s'y ajoutera, en donnant l'objectivité de la construction commune; mais le dessin aussi, par le regard qui anticipe le geste de la main; l'histoire enfin contribuera à constituer l'invariance et la stabilité conceptuelle propre à la construction mathématique, grâce aussi à la pluralité d'expériences pratiques et de descriptions linguistiques et formelles » (Longo, 1997, p. 217).

Remarquons, en guise de parenthèse, que la boucle est bouclée : nous retrouvons dans le texte de Longo tous les ingrédients de la connaissance tels qu'ils avaient été définis par Platon.

Pour revenir à l'enseignement de la géométrie, il semble nécessaire que l'élève apprenne d'abord à voir dans l'espace, ou du moins approfondisse la perception spontanée qu'il a déjà de l'espace dans lequel il vit. Manipulation de matériels en trois dimensions (solides usuels tels que polyèdres, sphères, cônes, etc.), recours au dessin pour représenter ou construire de tels objets (perspectives, patrons, sous-figures, projections, sections, etc.), emploi d'instruments de mesure et de dessin pour réaliser avec précision des figures planes : toutes ces activités doivent être nombreuses et régulières tout au long de la scolarité. En effet, la géométrie ne peut se construire qu'en acte, à travers de multiples expériences personnelles qui vont permettre de dégager des invariants. En utilisant des instruments de dessin pour construire un grand nombre de figures, l'élève percevra ce qui varie et ce qui subsiste, il trouvera utile de nommer certains objets, il émettra des conjectures et, peu à peu, sentira la nécessité de faire appel à des méthodes abstraites pour prouver certaines propriétés plus subtiles dans des cas où la seule expérience ne suffit pas à emporter la conviction.

Depuis le début de ce texte, j'ai tenté de mettre en évidence qu'à toute époque, les théories et les pratiques géométriques se sont développées simultanément, entre les mains soit des mêmes personnes soit de personnes différentes, mais toujours en interaction. Comment ne pas voir que les plus grands géomètres, ceux qui ont créé des théories abstraites novatrices, les Archimède, Descartes, Newton, Monge ou Poncelet rencontrés plus haut, sont aussi ceux qui se sont le plus intéressés à la géométrie pratique ?

Dans l'enseignement, les instruments de dessin peuvent faire vivre cette dialectique entre théorie et pratique, et faciliter l'accès à ce qui forme l'essence de l'activité géométrique. D'une part, en manipulant les instruments, nous voyons avec les yeux et nous sentons avec les mains les mouvements qui engendrent les courbes dont sont constituées les figures géométriques. D'autre part, la réalisation, l'observation et la transformation des figures, éléments essentiels du processus de découverte, conduisent à des conjectures et à la preuve de nouvelles propriétés qui, en retour, vont nous permettre de réaliser des figures plus complexes satisfaisant à des contraintes jusque-là insurmontables. Sans figures sensibles, il ne peut y avoir de figures idéales, mais, sans figures idéales, on ne va guère au-delà des figures sensibles les plus immédiates.

À propos des logiciels de géométrie dynamique

L'apparition récente de logiciels de géométrie dynamique (comme, par exemple, *Cabri-géomètre*) semble, s'il en était besoin, confirmer cette analyse. De tout temps, des instruments ont été créés, ont évolué, sont tombés en désuétude et ont disparu. Qui utilise encore le compas de proportion ou la règle à calcul ? Les logiciels de géométrie dynamique ne sont que le dernier avatar de ce processus vivant de renouvellement continu ; il n'y a pas davantage lieu de les dénigrer en raison d'une fidélité rigide à la tradition que de les encenser au seul prétexte de la nouveauté. Certains diront que ces logiciels changent profondément la nature de la géométrie car, par exemple, le cercle qu'on obtient sur l'écran n'est pas un vrai cercle, mais la juxtaposition de quelques pixels allumés par l'intermédiaire d'un modèle numérique sous-jacent. Certes, mais c'est oublier que le cercle traditionnel tracé avec le compas n'est pas non plus un vrai cercle, tout au plus la juxtaposition de quelques grains de graphite laissés sur le papier par frottement, grâce à un modèle mécanique du mouvement circulaire. Assurément, il y a là un faux débat dans la mesure où le cercle des géomètres – notion d'ailleurs variable selon les époques et les individus – n'est ni celui du compas, ni celui du logiciel, mais les deux à la fois et bien d'autres choses encore.

En fait, il semble que l'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique permette même de renforcer certains avantages évoqués plus haut à propos des instruments traditionnels. C'est le cas, tout d'abord, de l'expérience physique du mouvement qui engendre les courbes. Lorsque nous sélectionnons un point pour le déplacer ensuite avec la souris, nous voyons à l'écran la courbe se tracer sous nos yeux ; mieux, cette courbe est le prolongement, la traduction directe du mouvement de notre main sur le tapis de la souris. Cet aspect kinesthésique est encore plus important quand on utilise le trackpad d'un ordinateur portable : on éprouve alors la sensation intense que tous les muscles de notre corps servent à coordonner l'action de l'extrémité d'un seul doigt pour donner naissance à une courbe venant du plus profond de nous-même.

Un second point, lié au précédent, est la possibilité offerte par les logiciels de géométrie dynamique de faire varier une figure en déplaçant continûment certains de ses éléments ou en modifiant continûment la valeur de certains paramètres. Là, il faut noter un progrès incontestable par rapport aux constructions traditionnelles réalisées avec des instruments mécaniques : autrefois, pour refaire une figure en faisant varier certains éléments, il fallait prendre une nouvelle feuille de papier et tout recommencer ; ce n'est qu'avec beaucoup de temps et de peine que l'on parvenait à découvrir des invariants. Maintenant, avec un logiciel de géométrie dynamique, on peut tout faire bouger sans difficulté et repérer plus rapidement, grâce à un nombre bien plus grand d'expériences, les propriétés qui subsistent quand la figure se transforme.

Cet apport de la géométrie dynamique a permis à des didacticiens et des historiens de distinguer plus soigneusement la notion de « figure » de celle de « dessin ». Cette distinction s'apparente, sans la recouvrir totalement, à l'opposition figure idéale/figure sensible. Le dessin est une réalisation concrète, par un individu donné, en un lieu et un temps donnés, avec des instruments donnés. La figure est un ensemble d'objets géométriques liés par un réseau de relations logiques, autrement dit un objet de pensée. On peut voir la figure comme une classe d'équivalence de dessins, et chaque dessin comme un représentant d'une figure. Un logiciel de géométrie dynamique, en permettant de parcourir et de visualiser rapidement un grand nombre de dessins ayant des propriétés communes, ouvre d'une certaine manière l'accès à la figure géométrique idéale caractérisée par ces propriétés et illustrée par chacun des dessins. D'un point de vue didactique, on peut penser que l'utilisation régulière d'un logiciel de géométrie dynamique devrait faciliter le franchissement par les élèves de la barrière conceptuelle séparant le monde sensible du monde des idées.

Conclusion

J'espère avoir convaincu le lecteur que la conception et l'emploi d'instruments, en lien à la fois avec des problèmes pratiques et des problèmes théoriques, a toujours fait partie intégrante de l'activité des géomètres et que, par ailleurs, l'utilisation de ces mêmes instruments, des plus anciens aux plus modernes, présente un intérêt manifeste pour l'apprentissage de la géométrie.

Des recherches didactiques récentes, en particulier celles de Maria Bartolini Bussi (1998, 2000), ont efficacement étayé ce point de vue. Les enseignants pourront exploiter la magnifique collection de machines mathématiques réelles et virtuelles rassemblée par elle pour le Museo universitario di storia naturale e della strumentazione scientifica, situé à Modène (collection que l'on peut visiter à l'adresse http://www.museo.unimo.it/theatrum/). Une exposition interactive analogue, conçue par l'École normale supérieure de Pise, a été présentée à Paris, au Palais de la Découverte, à l'occasion de l'année mondiale des mathématiques (Conti et Giusti, 2000). On peut signaler également les travaux de David Dennis (1995), qui ont montré que le tracé de courbes avec des appareils mécaniques, soit directement soit sous forme de simulations informatiques, constituait pour les élèves une bonne préparation à l'étude algébrique des fonctions et favorisait un dialogue équilibré entre monde physique et langage mathématique.

En France, la commission Kahane, chargée par le ministre de l'éducation nationale d'une étude prospective sur l'enseignement des mathématiques, a récemment publié un *Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement* (Kahane *et al.*, 2000). Ce rapport souligne à quel point la géométrie conserve aujourd'hui un caractère concret et peut être utile à chacun dans son métier comme dans sa vie de tous les jours. Dans une société tout entière tournée vers l'image, la vision dans l'espace, la gestion du mouvement et le tracé des courbes jouent un rôle essentiel dans les domaines culturel, esthétique et industriel (robotique, imagerie médicale, conception assistée par ordinateur, automobile et aéronautique, design, etc.). Enfin, il ne faut pas oublier que de plus en plus de professions ont abandonné les instruments traditionnels pour utiliser exclusivement des logiciels de dessin (architectes, paysagistes, graphistes, ingénieurs, dessinateurs industriels, etc.).

Dans ce contexte, il semble d'autant plus nécessaire de faire reposer l'apprentissage de la géométrie sur la production de figures et l'utilisation d'instruments, depuis les instruments traditionnels de mesure et de dessin jusqu'aux logiciels de géométrie dynamique. Il n'y a là rien d'autre, après tout, que ce qu'a toujours été la pratique de la géométrie.

Références bibliographiques

ARCHIMÈDE (1972), *Œuvres, tome IV : Commentaires d'Eutocius et fragments*, trad. par Charles Mugler, Paris, Les Belles Lettres.

BARTOLINI BUSSI Maria (1998), « Drawing instruments : theories and practices from history to didactics », *Documenta mathematica*, Extra Volume ICM 1998, vol. 3, pp. 735-746.

BARTOLINI BUSSI Maria (2000), « The geometry of drawing instruments : arguments for a didactical use of real and virtual copies », dans SELVIK Bjørg Kristin, KIRFEL Christoph et HØINES Marit Johnsen, éds, *Mathematics in Perspective of History, Culture and Society*, Høgskolen i Bergen Skriftserien Rapport nr 2/2000, pp. 19-47.

BOS Henk (1981), « On the representation of curves in Descartes' Geometry », *Archive for History of Exact Sciences*, 24, pp. 295-338.

BOS Henk (1984), « Arguments on motivation in the rise and decline of a mathematical theory; the "construction of equations", 1637-ca. 1750 », *Archive for History of Exact Sciences*, 30, pp. 331-380.

BOS Henk (1988) « Tractional motion and the legitimation of transcendental curves », *Centaurus*, 31, pp. 9-62.

CONTI Franco et GIUSTI Enrico (2000), *Au-delà du compas : la géométrie des courbes*, Rome, Diagonale.

DENNIS David (1995), *Historical Perspectives for the Reform of Mathematics Curriculum : Geometric Curve Drawing Devices and their Role in the Transition to an Algebraic Description of Functions*, Ph.D. thesis, Cornell University.

DESCARTES René (1637), *La Géométrie*, appendice au *Discours de la méthode*, Leyde (reprint : New York, Dover, 1954).

DIEUDONNÉ Jean (1964), *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, Paris, Hermann.

DHOMBRES Jean, dir. (1992), *École normale de l'an III. Leçons de mathématiques. Laplace-Lagrange-Monge*, Paris, Dunod.

EUCLIDE (1990), *Les Éléments, Livres I à IV*, trad. par Bernard Vitrac, Paris, PUF.

KAHANE Jean-Pierre *et al.* (2000), *Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement*, Paris, Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques.

HEATH Thomas (1981), *A History of Greek Mathematics*, 2 vol., New York, Dover (1re éd. : Oxford, Clarendon Press, 1921).

HOUZEL Christian (1997), « Descartes et les courbes transcendantes », dans BIARD Joël et RASHED Roshdi, éds, *Descartes et le Moyen Âge*, Paris, Vrin, pp. 27-35.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1989), *La Naissance du calcul différentiel. 26 articles des Acta Eruditorum*, trad. par Marc Parmentier, Paris, Vrin.

LONGO Guiseppe (1997), « Géométrie, mouvement, espace : cognition et mathématiques », *Intellectica*, 25, pp. 195-218.

MOLLAND George (1991) « Implicit versus explicit geometrical methodologies : the case of construction », dans RASHED Roshdi, éd., *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*, Paris, Éditions du CNRS, pp. 181-196.

NEWTON Isaac (1972), *The Mathematical Papers, vol. V : 1683-1684*, éd. par D. T. Whiteside, Cambridge, University Press.

PAPPUS D'ALEXANDRIE (1933), *La Collection mathématique*, trad. par Paul Ver Eecke, 2 vol., Paris, Blanchard.

PLATON (1950), *Œuvres complètes*, trad. par Léon Robin, 2 tomes, Paris, Gallimard, « Bibliothèque de La Pléïade ».

PLUTARQUE (1966), *Vies*, t. 4, trad. par Robert Flacolière et Émile Chambry, Paris, Les Belles Lettres.

PONCELET Jean-Victor (1864), *Applications d'analyse et de géométrie*, t. 2, Paris, Gauthier-Villars.

PROCLUS DE LYCIE (1948), *Les Commentaires sur le premier livre des Éléments d'Euclide*, trad. par Paul Ver Eecke, Bruges, Desclée de Brouwer.

RASHED Roshdi, dir. (1997a), *Histoire des sciences arabes, t. 2 : Mathématiques et physique*, Paris, Seuil.

RASHED Roshdi (1997b), « La Géométrie de Descartes et la distinction entre courbes géométriques et courbes mécaniques », dans BIARD Joël et RASHED Roshdi, éds, *Descartes et le Moyen Âge*, Paris, Vrin, pp. 11-26.

SAKAROVITCH Joël (1998), *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive. XVIe-XIXe siècles*, Basel, Birkhäuser.

SERFATI Michel (1993), « Les compas cartésiens », *Archives de philosophie*, 56, pp. 197-230.

TANNERY Paul (1887), *La Géométrie grecque*, Paris, Gauthier-Villars.

TOURNÈS Dominique (2000), « Pour une histoire du calcul graphique », *Revue d'histoire des mathématiques*, 6, pp. 127-161.