



HAL
open science

Le “nombre” chez Husserl

Bernard Jolibert

► **To cite this version:**

Bernard Jolibert. Le “nombre” chez Husserl. Expressions, 2010, Épistémologie et didactique de l’informatique et des mathématiques, 35, pp.07-22. hal-02388554

HAL Id: hal-02388554

<https://hal.univ-reunion.fr/hal-02388554>

Submitted on 2 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE « NOMBRE » CHEZ HUSSERL

Bernard JOLIBERT

Université de la Réunion (IUFM)

Résumé. – Il est possible d'aborder l'œuvre philosophique husserlienne par diverses voies. Les plus courantes consistent à commencer par les travaux de la maturité. On se trouve alors confronté aux notions propres à sa philosophie, riche d'un vocabulaire technique lié à sa volonté de précision dans l'expression des idées (*époché, réduction phénoménologique, connaissance éidétique, intentionnalité, noème-noèse*, etc.). Pour tenter une première approche, peut-être serait-il sage de suivre pas à pas la pensée de Husserl dans ce qui fut sa première recherche : celle de l'essence du nombre. Il s'agit alors de « revenir à ce qui constitue la chose même » et de l'interroger jusqu'à « l'évidence première » qui permet de comprendre la possibilité psychologique et logique de la construire. Si la « classe » que constitue le nombre naît dans l'expérience, on a tort de le réduire entièrement à ses caractères sensibles. La « faute cardinale » de l'empirisme est de ramener à tort le donné numérique au donné empirique. Le nombre implique une « liaison collective » qui demande un véritable travail de construction.

Abstract. – There are many ways of approaching Husserl's philosophical works and it is most usual to start with those of his mature period. One is then confronted with notions specific to his philosophical thought enhanced by a technical terminology linked to his desire for accuracy in the expression of ideas (epoche, phenomenological reduction, eidetic knowledge, intentionality, noeme-noese, etc.) In a first attempt to approach Husserl, it may be wise to follow him step by step in his initial research about the essence of number. It means then "going back to what constitutes the thing itself" and examining it until reaching "the primeval evidence" which helps understand the logical and psychological possibility to construct it. If the "class" that constitutes the number stems from experience, it will be wrong to reduce it entirely to its sensitive characteristics. The "cardinal mistake" of empiricism consists in wrongly reducing the numeric given to the empirical one. The number involves a "collective linkage" which requires an actual construction work.

Le lecteur a parfois tendance à l'oublier lorsqu'il aborde directement la pensée de Husserl à travers ses œuvres purement philosophiques, comme les *Méditations cartésiennes* (Husserl, 1931) ou *La crise des sciences européennes* (Husserl, 1976), mais l'auteur de *La philosophie comme science rigoureuse* (Husserl, 1989) a commencé sa carrière comme pur scientifique. De formation mathématicienne, Edmund Gustav Albrecht

Husserl (1859-1938) se lance d'abord dans la recherche arithmétique avec Léopold Kronecker, un éminent professeur berlinois, et devient pour un temps l'assistant de Karl Weierstrass à la Faculté des Sciences de Berlin. C'est seulement ensuite, sous l'influence de Brentano, dont il suit les cours à Vienne, qu'il se tourne vraiment vers la philosophie. Ce qui peut paraître comme un changement radical de cap, n'en est pas en réalité un. En effet, les premières recherches de Husserl le situaient déjà au confluent des mathématiques et de la philosophie. Quant à ses travaux futurs, ils doivent autant à chacune de ces deux disciplines. Ce n'est pas un hasard si l'influence de ses deux maîtres, l'éminent professeur berlinois et le célèbre philosophe viennois, a fortement marqué l'orientation d'une pensée qui penchait indissolublement vers la philosophie des mathématiques et plus particulièrement vers la question arithmétique de l'essence des nombres.

Les premières recherches de Husserl (Granel, 1980) portent sur la question, longuement débattue dans les cercles de mathématiciens à la fin du XIX^e siècle, de la définition du concept de nombre cardinal et de la nature psychologique de la numération, entendue comme acte essentiel de pensée arithmétique. Cette double question, qui est au fondement de toute réflexion sur l'arithmétique en général, était au centre des travaux de Weierstrass dont Husserl fut durant quelques années l'assistant. L'originalité de ce dernier va consister à la traiter en s'appuyant sur les analyses psychologiques de Brentano (Dastur, 1995). D'ailleurs, l'avant-propos de sa première publication (1891) qui revient sur le concept de nombre l'indique explicitement : son livre s'adresse à la fois au lecteur mathématicien et au lecteur philosophe (Husserl, 1972). Il est certain que, par la suite, Husserl s'éloignera sensiblement de cet objet limité. Travaillant sur l'histoire, la philosophie première, la logique et l'épistémologie générale, il sera conduit à élargir toujours plus son champ d'analyse.

Pourtant, tout au long de son œuvre, pour autant que l'état des traductions en langue française permet de le vérifier¹, Husserl est revenu à de nombreuses reprises sur la question fondamentale de l'arithmétique, c'est-à-dire sur les idées fondamentales d'unité et de quantité présentes dans la notion de

¹ L'abord de l'épistémologie et de la philosophie husserliennes sont difficiles d'accès, certes, en raison de la rigueur et de l'exigence conceptuelle de l'auteur, mais aussi à cause de l'ampleur de son œuvre. Outre les dizaines de milliers de pages publiées par Husserl, pour beaucoup non traduites en langue française, il existe des manuscrits de recherche, des leçons annotées, des ouvrages inachevés soigneusement conservés aux archives Husserl et qui constituent un corpus de grande ampleur (voir la bibliographie en fin d'article).

numération (*anzahl*). La question de la « numération » lui paraît tout d'abord indissociable de celle de l'abstraction. Le nombre n'est en rien une donnée concrète, une intuition fournie par les sens au même titre que la couleur, l'odeur, la forme visible. Il n'est pas non plus un simple objet empirique. On conçoit aisément que l'exigence pratique du calcul, en raison de motivations économiques évidentes, ait pu permettre d'accéder aux nombres comme à l'un des plus anciens acquis des mathématiques. Mais cette influence pratique n'explique pas la démarche intellectuelle qui permet de passer du « tas d'objets », de « l'amas de choses », que ces dernières soient diverses ou identiques, à la numération et au concept de nombre.

On voit alors immédiatement que la question que se pose Husserl n'est pas celle de la nature propre de chaque type de nombre. Il ne s'agit pas de distinguer ou de retracer l'histoire des nombres rationnels, algébriques, complexes, irrationnels, voire quantiques ou transcendants, mais bien de remonter à ce qui peut constituer l'essence du dénombrement. Il sent que la notion de nombre, fondamentale pour l'arithmétique, permet de classer des objets, de mesurer des longueurs, de définir une collection de personnes ou de choses, mais qu'il est très difficile d'en proposer une définition stricte. Il perçoit qu'un nombre est une classe abstraite et non une simple propriété physique mais se demande comment en cerner l'approche et en préciser la nature.

Si on veut se donner une première idée de ce qu'il convient d'entendre par approche phénoménologique, on peut se reporter à la discussion engagée avec Frege. En 1884, Gottlob Frege publie un ouvrage important, *Les fondements de l'arithmétique*, dont tout laisse à penser qu'il porte sur le même objet que le travail de Husserl à propos de la philosophie des mathématiques : le nombre (Frege, 1970). Il n'en est pourtant rien. Ce que recherche Frege, c'est une définition logique de la notion générale de nombre. Pour lui, notre défaut de compréhension des nombres commence d'emblée avec les entiers naturels : nous les « connaissons » dans la pratique du comptage ; nous savons opérer avec leur aide ; tous les peuples apprennent à dénombrer mais nous ignorons ce qui les constitue. Il faudrait d'abord les définir.

Pour Husserl, cette recherche d'une définition est certes intéressante, mais elle reste sans portée philosophique réelle tant qu'on ne remonte pas jusqu'aux « concepts ultimes, élémentaires » tels que ceux d'unité et de quantité sur lesquels reposent les divers usages des nombres et qui constituent leur véritable essence. Sa « thèse » de philosophie, rédigée en 1887 et intitulée *Sur le concept de nombre, Analyses psychologiques* est reprise sans changements notables quelques années plus tard dans la *Philosophie de l'arithmétique* (1891) : on ne définit empiriquement que des objets donnés,

on ne définit pas suivant la même voie inductive ce qui est composé, voire construit, de manière purement logique, comme les nombres. « Ce que l'on peut faire dans de tels cas, c'est seulement ceci : montrer les phénomènes concrets à partir ou au milieu desquels ils sont abstraits, et tirer au clair le genre du processus abstraktif » (Husserl, 1972, p. 145).

Les « sources » du nombre

Pour Husserl, il ne fait aucun doute que les nombres, loin d'être des données naturels qui s'offrent d'eux-mêmes spontanément à la conscience, sont issus d'une abstraction particulière dont il convient d'élucider le sens et de découvrir l'originalité. Le but et la méthode de la recherche husserlienne sur les nombres sont donc radicalement différents de ceux que propose Frege. Il ne s'agit pas prioritairement de définir ce qu'ils sont mais de remonter aux soubassements concrets des abstractions qu'ils constituent et aux processus psychologiques qui permettent de les constituer. Or, ces soubassements sont des collections d'objets déterminés, autrement dits des ensembles de choses. Ce que je vois, c'est d'abord un groupement de choses ; mais cette collection n'est pas un simple « tas » informe ; pour que l'idée de nombre commence d'apparaître il faut qu'elle soit perçue comme une quantité, premier moment de l'abstraction, quantité qui peut être déterminée sous une forme simple, unitaire, c'est-à-dire sous forme d'une désignation propre (par exemple : sept). Comment s'opère plus précisément cette démarche ?

C'est alors à une véritable réduction eidétique que l'on assiste, étape par étape. Le processus abstraktif dans la constitution du nombre consiste à commencer par laisser de côté les particularités communes des objets formant l'ensemble, mais aussi les particularités de chacun par rapport aux autres : sept, ce peut être alors tout aussi bien et indifféremment les Sept sages de la Grèce, les sept péchés capitaux, les sept jours de la semaine ou les sept nains de Blanche Neige, mais aussi un mélange de tout cela, choses matérielles, personnes ou idées. Comme le rappelle Husserl : « La nature des contenus singuliers n'a ici aucune importance » (Husserl, 1972, p. 20).

La question qu'on est en droit de se poser devient alors : qu'y a-t-il de commun à tous ces ensembles, lors même qu'ils sont composés d'objets qui n'ont rien de commun ? Ce ne peut être que la « forme » de la liaison qui les unit au sein d'un même rassemblement. Le nombre ne gît ni dans une propriété des choses, ni même dans la comparaison que l'on pourrait opérer entre les divers objets du même ensemble. Elle est dans la liaison qui fait

qu'ils sont donnés ensemble. Quelle est cette forme ? Elle n'a rien à voir avec la liaison idéale des points qui finit par constituer une ligne ou avec celle, immédiatement et matériellement comparative, des formes ou des couleurs des objets qui relèvent du qualitatif. Husserl l'appelle une « liaison collective ». Que doit-on entendre par là ?

Le second chapitre de la *Philosophie de l'arithmétique* tente de répondre à cette question délicate. Pour ce faire, il commence par écarter certaines des solutions proposées antérieurement et qui passent à côté de la relation impliquée par la numération. Il écarte la thèse kantienne qui fait reposer la représentation du nombre sur l'existence d'une liaison temporelle schématisée entre des unités, rangée sous la catégorie de la quantité (Husserl, 1972, p. 40-42). Pour Kant en effet : « le schème pur de la quantité (*quantitatis*), considérée comme un concept de l'entendement, est le *nombre* qui est une représentation embrassant l'addition successive de l'unité (à l'homogène). Ainsi le nombre n'est autre chose que l'unité de la synthèse opérée dans le divers d'une intuition en général, par le fait même que je produis le temps lui-même dans l'appréhension de l'intuition »² (Kant, 1997, p. 153). Selon Husserl, il se peut que le « schème » de la succession temporelle puisse paraître comme une condition psychologique préalable indispensable pour que se forment de nombreux concepts de nombres ou de quantités concrètes, mais il n'entre pas dans le contenu logique du concept de nombre car il n'est pas « ce qui » est visé par un dénombrement quelconque (Husserl, 1972, p. 74). Autrement dit, la succession temporelle n'est pas encore le nombre entendu comme pure classe générale d'objets quelconques. On ne saurait réduire l'ordinal au cardinal.

Il convient de plus de distinguer le caractère psychologique d'un acte de pensée de son contenu logique. Autrement dit, du point de vue de la vérité des mathématiques, Husserl reste proche de Frege et se méfie du psychologisme qui deviendra sa bête noire. Pour reprendre une formule frégréenne : « les travaux psychologiques peuvent sans doute nous expliquer comment les propositions portant sur les nombres peuvent être pensées, *mais non pourquoi elles sont vraies* » (Le Du, 2004, p. 15). Or « ce qui est visé » par le dénombrement possède un contenu logique qui dépasse largement la teneur psychologique de l'acte qui le constitue. On voit alors que dès la *Philosophie de l'arithmétique*, Husserl annonce à la fois la distinction, fondamentale dans sa

² Kant appelle « schème » une représentation intuitive, mais soumise à une règle conceptuelle, grâce à laquelle le concept peut recevoir une figuration adéquate et le sensible se trouver lié dans un concept. Suivant Kant, un schème est un intermédiaire entre la sensibilité et l'entendement.

philosophie, entre un vécu intentionnel caractérisé psychologiquement (*noèse*) et la chose même qu'il vise (*noème*) (Husserl, 1950), mais aussi sa critique radicale du réductionnisme psychologique (Husserl, 1961). Pour lui, quand bien même on pourrait en dévoiler l'émergence mentale, les normes logico-mathématiques ne se réduisent pas à des régularités psychologiques. En opérant un détour par la psychologie, Husserl ne remet pas en cause la validité de l'arithmétique. Il cherche seulement à déterminer comment ces « formes », ces « idéalités » abstraites que sont les nombres se constituent dans le sujet pensant. En elles-mêmes, elles présentent à l'esprit des vérités devant lesquelles ce dernier ne peut que s'incliner. Une fois découvertes, elles ont un caractère *a priori* et se donnent pour des entités universelles, déterminées et stables, indépendantes des circonstances qui les ont vu naître. Quoique surgissant au travers de la subjectivité, les normes mathématiques, comme les règles opératoires de l'arithmétique, présentent quelque chose d'objectivement indépendant de cette subjectivité même.

Le nombre, l'abstraction et la chose

On est donc ici à l'opposé de la réflexion de John Stuart Mill sur la nature des nombres. Dans son *Système de logique* (1868), Mill soutient l'hypothèse empiriste la plus stricte. Pour lui, par exemple, le principe de non-contradiction n'est que l'expression dépouillée du fait que dans l'expérience subjective, deux croyances contraires ne peuvent coexister. La non-contradiction n'est alors que l'expression de cette exclusion. Son psychologisme est radical. À propos des nombres il écrit : « Chacun des nombres un, deux, trois, etc. dénote des phénomènes physiques et connote une propriété physique de ces phénomènes. Deux, par exemple, dénote toutes les paires de choses, connotant ce qui en fait des paires ou des douzaines : et ce qui en fait des paires [ou des douzaines] est quelque chose de physique, car on ne peut nier que deux pommes soient physiquement distinctes de trois pommes, deux chevaux d'un seul, etc. et qu'ils constituent des phénomènes visibles et tangibles différents » (Mill, 1988, III, 23, 5).

Il est évident qu'aux yeux de Stuart Mill les nombres doivent être mis sur le même plan cognitif que les propriétés phénoménales de choses comme la couleur, la forme ou le toucher. Selon lui, on abstrait la propriété « douzaine » de l'observation d'un rassemblement d'objets quelconques, tout comme on abstrait la propriété « blancheur » de l'observation d'une collection d'objets colorés. Les nombres, loin d'être des constructions logiques, fruits d'un calcul opératoire, seraient alors simplement le résultat de géné-

realisations abstraites ; ils sont entièrement *a posteriori*, ce sont des « connotations » de réalités empiriques. Il n'y a aucune différence entre la qualité empirique, abstraite matériellement d'un objet donné, et la propriété générale d'un nombre quelconque qui permet précisément d'opérer sur n'importe quel objet.

L'analyse de Mill se heurte à un certain nombre de difficultés que Husserl souligne parallèlement à Frege. Tout d'abord on doit constater qu'il n'existe pas une seule manière de diviser un agrégat d'objets, surtout numériquement : un amas de 25 objets peut être décomposé en $20 + 5$ ou en $12 + 13$ ou même en $24 + 1$. Cela donne toujours 25. De plus, un ensemble composé d'une foule nombreuse d'objets ne laisse pas deviner par abstraction immédiate et sensible quel nombre exact le « connote ». Autrement dit : le fait que l'arithmétique s'applique, entre autre, à des agrégats ou à des relations entre des parties et un tout, ne veut pas dire que les propositions arithmétiques décrivent les propriétés empiriques de ces agrégats. De plus, qu'en est-il des grands nombres ?

L'empirisme objectera que si les petits nombres sont découverts par discrimination psychologique ou physique directe (par exemple 3, 5 ou 10), les grands nombres en revanche impliquent une approche à travers un processus d'induction. Mais Husserl a alors beau jeu de répondre, à l'instar de Frege, que l'induction suppose, pour être mise en application, la mise en route d'une règle de généralisation qui dépasse largement la légitimité que l'empirisme prétend justement s'accorder. Autrement dit, ou bien on s'en tient à l'observation et à l'expérience et alors on est dans le strict sensualisme empirique, ou bien on introduit une règle mentale de calcul analogique mais alors on quitte l'empirisme *stricto sensu*.

En réalité, ce sont des « actes de pensée » et non des contenus matériels ou mentaux que le nombre s'attache à déterminer. Leur objectivité opératoire déborde largement la réalité sensible où ils peuvent trouver une application possible. Ce que voit bien Husserl, c'est que l'usage du nombre, loin de conduire à un retour empirique, en libère tout au contraire. Grâce à lui, la pensée n'est plus soumise aux limites sensualistes dans lesquelles Mill maintenait le calcul. Le nombre devient un être objectif, quoiqu'abstrait et général. Il est déterminé hors de toute référence spatiale ou temporelle tangible. Il accède au statut de représentation déterminée et stable.

De la psychologie, il s'agira alors paradoxalement d'écarter les aspects psychologiques purement subjectifs pour ne retenir que ce qui est effectivement visé à travers les concepts synthétiques de quantité et d'unité contenus dans toute numération entendue cette fois comme *liaison collective*. « Si nous

demandons en quoi consiste la liaison quand nous pensons une pluralité de choses aussi disparates que le rouge, la Lune, et Napoléon, nous obtenons pour réponse qu'elle consiste simplement en ceci que nous pensons ensemble ces contenus, que nous les pensons dans un seul acte » (Husserl, 1972, p. 91-92). La *liaison collective* doit donc être entendue comme une « liaison psychique », c'est-à-dire une relation instaurée intellectuellement, un lien que l'esprit impose aux choses afin de constituer une collection unique et non comme une qualité préexistante dans le contenu divers représenté. Afin de lever toute ambiguïté, Husserl cite le *De arte combinatoria* de Leibniz (1666) où ce dernier proposait comme approche du nombre la définition suivante : « une figure incorporelle, formée par la réunion de n'importe quelles choses, par exemple Dieu, un ange, un homme, le mouvement, qui ensemble sont quatre » (Husserl, p. 20 et p. 172). Un nombre c'est alors le résultat de l'action mentale qui consiste à rassembler une pluralité sous une unité. La *liaison collective* agit de telle sorte qu'elle rassemble des contenus différents et séparés les uns des autres en une unité de visée.

Comment procède-t-elle ? Selon Husserl, de la manière la plus simple possible : par la coordination exprimée dans le langage grâce à la conjonction « et ». Il s'agit là du mode de liaison le plus pur et le plus élémentaire entre deux éléments séparés. La *liaison collective* apparaît alors comme la condition psychique indispensable à l'apparition du nombre. Prise abstraitement, elle permet de penser à la fois « la quantité » et « l'unité » que suppose le concept de nombre. La « quantité », abstraction faite de toute considération temporelle ou spatiale, se réduit à l'opération : « un » contenu et « un » contenu et « un » contenu, etc. Il faut entendre ici par contenu un objet totalement indéterminé, une chose « quelconque ». Quant à la liaison, elle n'implique ni une comparaison entre les divers objets d'où résulterait une abstraction ni une succession temporelle de type kantien. Les objets qui entrent dans la liaison n'ont rien de commun, de semblable ou d'analogue, si ce n'est d'être chaque fois de « purs quelque chose », « des représentations sans contenus précis » (Husserl, 1972, p. 98).

Jusque-là, Husserl semble se contenter de reprendre les analyses déjà contenues dans sa thèse de 1887 sur le concept de nombre. Il ajoute pourtant cependant deux points essentiels. Le premier porte sur l'idée de correspondance biunivoque qui permet de comprendre l'idée d'égalité numérique. La liaison qui permet d'accéder à la constitution du nombre n'est plus seulement interne à un ensemble donné ; elle implique la coprésence de plusieurs ensembles ainsi que celle de correspondance terme à terme de chaque élément de chacun des ensembles. Un nombre pourrait alors n'être rien de

plus qu'une classe d'équivalence, identique en quantité, de plusieurs rassemblements d'objets quelconques.

Le second point porte sur une question philosophique ancienne, celle de savoir si les nombres signifient des objets, des concepts ou encore des multiplicités. Autrement dit, la détermination numérique « sept » s'applique-t-elle aux collines de Rome réelles, au concept de « colline de Rome » ou à l'ensemble formé par les collines de Rome ? Pour Husserl, il paraît évident que c'est la troisième hypothèse qui est la bonne. « Sept » n'a rien à voir avec le Quirinal ou l'Aventin, rien non plus avec le concept trop particulier de « colline de Rome » (il s'appliquerait aussi bien à d'autres notions). En revanche, il désigne seulement l'« ensemble ».

Cette position husserlienne contient une intention polémique évidente. Husserl semble se séparer des conceptions les plus courantes sur l'abstraction. On peut ramener en effet les théories modernes de l'abstraction à trois principales. Les théories de type platonicien qui consistent à hypostasier les généralités et à en faire en quelque sorte des réalités métaphysiques ; les hypothèses psychologiques qui, à la manière de Locke, font de ces généralités des hypostases mentales et conduisent à admettre que ces idées générales ont une existence réelle en quelque sorte « dans la pensée » et, pour finir, les théories nominalistes radicales qui, à la manière de Berkeley ou de Hume nient à la fois l'existence des idées de type platonicien et la croyance que nous puissions avoir des représentations générales, les idées générales se ramenant à des idées particulières qui ne sont que des mots.

Or, les nombres ne sont ni des idées métaphysiques, ni des généralisations mentales d'expériences sensibles, ni de simples noms singuliers. La réflexion de Husserl sur les nombres le conduit à admettre qu'il existe une connaissance générale qui porte sur des objets généraux alors même que ces objets, les nombres, ne sont ni des réalités situées dans le monde, ni des entités situées dans l'esprit. Lorsque nous disons par exemple que le nombre « sept » a un sens et que, de ce simple fait, il « existe », nous parlons d'un objet spécifique idéal, c'est-à-dire de quelque chose qui peut être conçu mais qui reste cependant irréductible à quelque existant réel que ce soit. D'où l'emploi, faute de mieux, de la notion « d'idéalité mathématique » pour désigner plus une simple orientation de l'attention sur les propriétés du nombre que sur quelque idée hypostasiée d'une manière ou d'une autre. Il ne faut pas en effet confondre une propriété et une catégorie. On peut abstraire la propriété « rouge » d'un ensemble d'objets divers ; on n'abstrait pas une catégorie ou une classe, il faut la construire. Elle réside dans cette construction même. Par exemple lorsque je pose l'équation : $3 + 2 = 4 + 1$, je n'extrais rien des divers

composants de l'égalité par abstraction matérielle, mentale ou verbale ; en revanche, je prononce une identité entre deux expressions construites de manière jugée équivalente. J'affirme seulement que le nombre cinq peut se présenter sous diverses apparences. Un nombre n'est ni un objet, ni une image, ni seulement un symbole chiffré, c'est un concept, autrement dit une représentation générale et abstraite issue d'une construction mentale.

Opération, combinaison et construction

Dans la seconde partie de la *Philosophie de l'arithmétique*, Husserl aborde le nombre sous un nouvel angle d'attaque. Il s'agit cette fois de comprendre, d'un point de vue à la fois psychologique et logique la « formation de l'art du calcul ». En réalité, loin de perdre de vue son sujet qui reste la numération première, il s'agit pour lui d'aborder de manière indirecte le concept de nombre, non plus en l'abstrayant de la représentation d'un ensemble ou du rapprochement de deux ou de plusieurs ensembles comme on vient de le voir, mais en observant la manière dont on en use lors d'opérations comme l'addition ou la multiplication. C'est l'opérativité qui permet cette fois d'approcher ce qui constitue l'essence du nombre.

Que se passe-t-il lorsque j'additionne un ensemble de trois éléments à un ensemble de deux éléments ? L'examen de cette question montre que la réponse psychologique ne suffit pas pour comprendre la démarche arithmétique et logique. Si les nombres semblent bien avoir une origine historique magique, religieuse et utilitaire, cette origine empirique n'explique pas le mécanisme logique de leur constitution. Il surgit en effet un écart entre le sens propre des concepts ou des opérations numériques que dégagent l'analyse psychologique et l'interprétation qui en est donnée par l'arithmétique. Pour l'arithméticien, la multiplication est une opération distincte de l'addition par sa démarche propre. Pour l'analyse psychologique en revanche, il s'agit d'une même démarche opératoire. Par exemple, pour cette dernière, [3 multiplié par « a »] n'est rien d'autre que [a + a + a] ; simplement, dans le cas de la multiplication, on utilise une expression symbolique simplifiée. Celui qui voudrait effectivement obtenir le nombre correspondant à [3 multiplié par a] devrait procéder aux additions qui sont au fondement de la symbolisation. Husserl ajoute même que, non seulement il faudrait revenir à [a + a + a], mais aussi pour chaque nombre à [un et un, etc.]. Il est évident qu'aucun arithméticien ne procède ainsi. Il préfère pratiquer à l'aide de symboles et de règles opératoires spécifiques. Dans l'usage, le calcul, même le simple dénombre-

ment consiste en une manipulation de signes, non de concepts effectifs, encore moins d'images. Pourquoi ce décalage ?

D'abord parce qu'il n'est pas possible de nous faire une représentation propre des nombres, au-delà des tout premiers d'entre eux. Descartes rappelait qu'on ne saurait imaginer une figure de mille côtés, alors qu'on peut la penser, la définir, lui trouver un symbole. De même, le processus d'abstraction concernant les nombres, tel qu'il a été décrit dans la première partie du livre, peut être appliqué à un nombre très limité d'objets, non à un ensemble de mille, voire de cent mille éléments. On voit alors en quoi consiste l'utilité de l'arithmétique entendue comme calcul sur des symboles ; elle permet de travailler sur les concepts numériques dont nous ne pouvons avoir de représentation pratique possible. Et Husserl de conclure : « Si nous avions de tous les nombres des représentations propres comme nous en avons des premiers de la suite des nombres entiers, il n'y aurait pas alors d'arithmétique, car elle serait complètement superflue [...] Toute l'arithmétique n'est rien d'autre qu'une somme de moyens artificiels pour surmonter les imperfections essentielles de notre intellect » (Husserl, 1972, p. 234-235).

La question devient alors : comment est-il possible de parvenir à calculer précisément, et sous quelle forme, lorsque les quantités sont si importantes que leur représentation immédiate imagée est impossible, par exemple une multiplicité d'objets comme une masse de manifestants lors d'un défilé, une nuée d'oiseaux migrateurs ou un tas de pommes de terre ? C'est une chose de constater une multiplicité d'objets ; c'en est une autre de les « nombrer », c'est-à-dire de nommer exactement la quantité des éléments qui la compose. Une première réponse consisterait à dire qu'il suffit de compter, c'est-à-dire réciter la suite ordonnée des nombres en appliquant chacun à chaque élément du tas. Mais cette démarche suppose précisément que la suite des nombres soit déjà là comme outil conceptuel ; auquel cas on se donne ce que l'on est censé précisément chercher³. Une seconde réponse est qu'on peut parvenir à une représentation symbolique du nombre total en construisant, étape par étape, instant après instant, le dénombrement exact. On ajoute alors un à un, unité après unité, les éléments observables. En partant de 1, on construit le concept de 2 entendu comme $1 + 1$, puis 3 comme $2 + 1$ et ainsi de suite.

³ On se trouve devant le cercle vicieux de ceux qui prétendent que pour constituer une quantité exacte et ainsi comprendre ce qu'est un nombre entier, il suffit de « dénombrer », c'est-à-dire de déterminer la quantité d'éléments d'un ensemble par le biais du comptage. Mais, là encore, c'est se donner ce que l'on est censé chercher. Le « comptage », comme le « dénombrement », présupposent, dans l'ordre logique des fondements, la découverte et la compréhension préalables du nombre.

Tout nombre peut être en principe construit par cette méthode, même si, pour des raisons de commodité, il est utile de construire un système des nombres qui facilite la procédure, comme par exemple le système décimal ou le système binaire.

Il faut noter que la démarche que propose Husserl alors rejoint celle que suit Leibniz dans ses *Nouveaux essais sur l'entendement humain* (1704) lorsqu'il s'interroge sur la construction de la suite des nombres entiers et la nécessité de s'appuyer sur des postulats initiaux qui apparaissent comme autant d'outils logiques : « Ce n'est pas une vérité tout à fait immédiate que deux et deux font quatre. On peut le démontrer et voici comment : *Définitions* : (1) *Deux* est un et un ; (2) *Trois* est deux et un ; *Quatre* est trois et un. *Axiome* : mettant des choses égales à la place l'égalité demeure. *Démonstration* : 2 et 2 est 2 et (un et un) de par la définition (1) ; 2 et (1 et 1) est 3 et 1 de par la définition (2) ; 3 et 1 est 4 de par la définition (3). Donc, de par l'axiome, 2 et 2 est 4, etc. »⁴ (Leibniz, 1966, IV, 7, § 10).

Il devient alors possible de nous représenter conceptuellement, sous forme de nombre des quantités aussi complexes à imaginer que « sept cent trente-neuf » ou « huit cent millions quatre cent cinquante mille trois cent vingt-six ». Quoique ces nombres ne soient pas le résultat d'additions successives – tâche épuisante – mais de procédures mécaniques opératoires, leur concept devient pensable de manière arithmétique. Une fois mis au point le « système des nombres », il devient possible de construire à l'infini de nouveaux nombres et, conjointement, de les désigner par de nouveaux noms correspondant individuellement à chacun sans risque de confusion. De plus, on peut alors, sans prêter aucune attention à la signification conceptuelle des noms retenus, utiliser le système des nombres « de manière purement mécanique » (Husserl, 1972, p. 295). On manie alors, suivant des règles opératoires précises, des signes devenus de purs symboles désormais vides de sens concret. Sept cent trente-neuf n'est plus représenté que par le nom « sept cent trente-neuf » auquel correspond le signe 739. Ce n'est que de cette manière que nous pouvons élargir le domaine des nombres et nous représenter « conceptuellement » des nombres de cinquante chiffres ou plus et « d'opérer » sur eux.

⁴ On doit noter que Husserl, quant à lui, laisse de côté « zéro » et « un », nombres qui demanderaient pourtant quelques éclaircissements particuliers.

Conclusion

À suivre Husserl, la véritable source de l'arithmétique n'est donc ni empirique ni simplement psychologique, comme le voulait Stuart Mill, quand bien même elle passerait par des moments où, comme l'ont montré par la suite Jean Piaget (1967 ; Piaget & Szeminska, 1941) et Henri Wallon (1945 ; Rieunaud, 1989), le psychologique intervient nécessairement, ainsi que dans toute démarche intellectuelle humaine. On pourrait dire que c'est précisément en passant par la psychologie que l'on peut mesurer la dimension objective de l'arithmétique et constater qu'un nombre est bien une construction logique et non une intuition empirique spontanée. Le nombre repose sur des règles opératoires qui se décident. Son « objectivité » repose sur le fait que les opérations qui le concernent et où il se trouve impliqué sont précisément indépendantes par rapport aux sensations, aux intuitions ou aux contenus des représentations, voire aux images qui nous viennent de l'imagination et du souvenir. Ici, Husserl rejoint Frege pour affirmer que pas plus que les nombres ne sont le résultat *a posteriori* de l'observation, les opérations arithmétiques ne sont réductibles à des phénomènes psychologiques. Les opérations élémentaires requises par la série des nombres ne peuvent être traduites en termes de contenus livrés par la seule représentation empirique. L'arithmétique consiste prioritairement dans une méthode de construction symbolique des nombres. Sa tâche vise donc à établir des procédés généraux permettant à la pensée de ramener le divers confus à du pensable en le rendant rationnellement présentable à travers du calcul sur des classes toujours plus abstraites. Par exemple, $(135 + 64)$ est une représentation numérique précise, mais cela reste une détermination difficile à utiliser ; c'est donc une forme « problématique » (en ce sens qu'elle est posée comme une « tâche à résoudre ») qu'il convient de ramener à 199 si on veut en faire un outil pratique pour le calcul. La réalité du nombre est bien d'être un concept, c'est-à-dire une « représentation générale et abstraite ».

D'un strict point de vue philosophique, il est intéressant de plus de noter qu'au tout début de son œuvre l'examen du nombre par Husserl contient déjà, explicitement formulée, la position fermement critique qu'il adoptera quelques années plus tard à propos de ce qu'il appelle le psychologisme. Les deux tomes des *Recherches logiques* (Husserl, 1961) s'ouvrent sur les *Prolegomènes à la logique pure* qui développe une question à la fois simple et fondamentale : la logique est-elle une discipline formelle et démonstrative qui peut prétendre à quelque vérité objective, ou n'est-elle qu'un simple habillage formel, « un art formel, une simple technologie dépendant de la psycholo-

gie » ? Soit en effet les phénomènes de la pensée qu'observe de psychologue permettent de comprendre et de définir les règles pratiques et théoriques de la connaissance, soit il est possible d'asseoir une logique pure comme discipline théorique vérace que la pensée doit suivre, y compris la pensée psychologique, si elle veut prétendre au vrai.

Dans l'esprit de Husserl, outre que le psychologisme détruit indirectement des principes de vérité sur lesquels il appuie ses propres affirmations réductrices, il reste que le savoir scientifique se présente comme un « enchaînement systématique » de propositions qui prétendent être envisagées et étudiées pour elles-mêmes, indépendamment du savoir particulier auquel elles s'appliquent. Il s'agit alors pour le philosophe d'étudier cette prétention au vrai dans ses démarches comme dans sa pertinence. Tout comme l'arithmétique fournit un modèle général applicable à tous les champs particuliers du domaine empirique, la logique, comme « théorie de la science », doit permettre de caractériser les disciplines diverses quant à leur prétention à la vérité formelle. Peut-être Husserl devait-il commencer par un examen « psycho-logique » de l'arithmétique et du nombre pour, précisément, prendre quelque distance avec le psychologisme qui n'est que la caricature de la psychologie.

Bibliographie

N.B. L'œuvre de Husserl, en grande partie posthume, fait l'objet d'une édition de référence : *Husserliana Dokumente, E. Husserl Gesammelte Werke* (Springer). Les manuscrits inédits qui la composent ont été sauvés à sa mort d'une destruction certaine dont les menaçaient les persécutions du régime national-socialiste grâce au Père van Breda qui les transporta clandestinement à Louvain.

BLANCHÉ Robert (1967), *L'axiomatique*, Paris, PUF, 4^e éd. (1^{re} éd., 1955).

CHRISTOFF Daniel (1966), *Husserl ou le retour aux choses*, Paris, Seghers.

DASTUR Françoise (1955), *Husserl : Des mathématiques à l'histoire*, Paris, PUF.

DERRIDA Jacques (1962), « Introduction » à la traduction de *l'Origine de la géométrie*, Paris.

FREGE Gottlob (1970), *Les fondements de l'arithmétique*, trad. de Claude Imbert, Paris, PUF.

- FREGE Gottlob (1971), *Écrits logiques et philosophiques*, trad. et introd. de Claude Imbert, Paris, Seuil.
- GRANEL Gérard (1980), « Husserl », *Encyclopædia Universalis*, vol. 8, p. 613.
- HUSSERL Edmund (1886), *Über den Begriff der Zahl (Sur le concept de nombre)*, Mémoire pour l'« Habilitationsschrift » (1886), In *Husserliana*. (Thèse reprise et développée dans la première partie de la *Philosophie de l'arithmétique*.)
- HUSSERL Edmund (1931), *Méditations cartésiennes. Introduction à la phénoménologie*, Paris, Vrin.
- HUSSERL Edmund (1950), *Idées directrices pour une phénoménologie et une philosophie phénoménologiques pures*, Paris, Gallimard.
- HUSSERL Edmund (1957), *Logique formelle et logique transcendantale (1929)*, trad. S. Bachelard, Paris, PUF.
- HUSSERL Edmund (1961), *Recherches logiques. Tome I : Prolégomènes à la logique pure (1901)*, Paris, PUF.
- HUSSERL Edmund (1968), *La crise de l'humanité européenne et la philosophie (1935)*, Paris, Republications Paulet.
- HUSSERL Edmund (1972), *Philosophie de l'arithmétique. Recherches psychologiques et logiques*, Paris.
- HUSSERL Edmund (1976), *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale (manuscrits de 1936-1937)*, Paris, Gallimard.
- HUSSERL Edmund (1983), *Contributions à la théorie du calcul des variations (1882)*, Kingston, Queen's University.
- HUSSERL Edmund (1989), *La philosophie comme science rigoureuse*, Paris, PUF.
- HUSSERL Edmund (1998), *Introduction à la logique et à la théorie de la connaissance*, Paris, Vrin.
- LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1966), *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, Paris, Flammarion.
- JOUMIER Laurent (2007), *Lire Husserl*, Paris, Ellipses.
- KANT Immanuel (1997), *Critique de la raison pure*, 5^e éd., Paris, PUF.
- LE DU Michel (2004), *Qu'est-ce qu'un nombre ?*, Paris, Vrin.

- PIAGET Jean (1967), *Logique et connaissance scientifique*, Encyclopédie de la Pléiade, Paris, Gallimard.
- PIAGET Jean & SZEMINSKA Alina (1941), *La genèse du nombre chez l'enfant*, Genève, Delachaux & Niestlé.
- MERLEAU-PONTY Maurice (1966), « Le philosophe et son ombre », in *Éloge de la philosophie et autres essais*, Paris, Gallimard.
- MILL John Stuart (1988), *Système de logique déductive et inductive (1868)*, trad. sur la 6^e éd. angl. par Louis Peisse, Bruxelles, Mardaga.
- PIAGET Jean (1968), *Le structuralisme*, Paris, PUF.
- RICŒUR Paul (1986), *Husserl et le retour aux choses*, Paris, Vrin.
- RIEUNAUD Jean (1989), *L'approche du nombre par le jeune enfant*, Paris, PUF.
- SCHERER René & KERKEL Arion Lothar (1964), *Husserl*, Paris, PUF.
- WALLON Henri (1945), *Les origines de la pensée chez l'enfant*, Paris, PUF.