

Aristarque de Samos et la mesure de l'univers

THIERRY BRIÈRE
PROFESSEUR AGRÉGÉ, UNIVERSITÉ DE LA RÉUNION
PRÉSIDENT DE L'A.R.E.C.A
ASSOCIATION RÉUNIONNAISE POUR L'ÉTUDE DU CIEL AUSTRAL

Aristarque de Samos, (env. 310 – 230 av. J.-C.), né à Samos, en Grèce, est un astronome et un mathématicien.

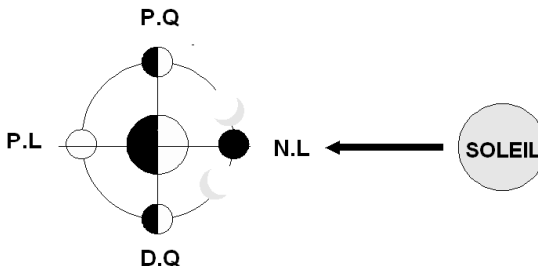
On sait peu de choses sur la vie d'Aristarque de Samos, sinon qu'il fut probablement l'élève de Strato de Lampsacos, au temps où celui-ci enseignait à Alexandrie. De ses écrits ne nous est parvenu que l'ouvrage *Sur les dimensions et des distances du Soleil et de la Lune*.

Il est fort probable qu'il ait écrit d'autres ouvrages disparus lors de la destruction de la bibliothèque d'Alexandrie. Sa théorie sur l'héliocentrisme nous est connue grâce aux commentaires d'Archimède.

Nous allons ici montrer simplement comment il put par son seul génie déterminer les distances Terre Lune et Terre Soleil, ainsi que les diamètres du Soleil et de la Lune.

Nous montrerons par des « expériences » comment aujourd'hui on peut procéder aux mêmes mesures et montrer ainsi que ses observations étaient tout à fait correctes dans le cadre des modèles simples utilisés.

Les phases lunaires se succèdent régulièrement, et s'expliquent simplement si on tient compte des positions relatives des trois astres. Selon la position relative de la Lune, celle-ci sera éclairée différemment par le Soleil et présentera donc une figure différente, ce sont les phases lunaires :



Selon l'alignement approximatif des trois astres, on peut distinguer deux cas de figure :

Nouvelle Lune : La lune nous présente sa face obscure et est donc invisible, Terre, Lune et Soleil sont alignés dans cet ordre.

Pleine Lune : La lune est entièrement éclairée, Lune Terre et Soleil sont alignés dans cet ordre.

Si la Lune n'est pas alignée avec Terre et Soleil, seule une partie sera éclairée, on observera tout d'abord un fin croissant qui ira grandissant jusqu'à la Pleine Lune, puis le phénomène inverse se produira jusqu'à la Nouvelle Lune suivante.

Deux cas particuliers importants, quand la Lune présente une moitié éclairée et une moitié sombre. Ce sont les Premier et Dernier Quartiers.

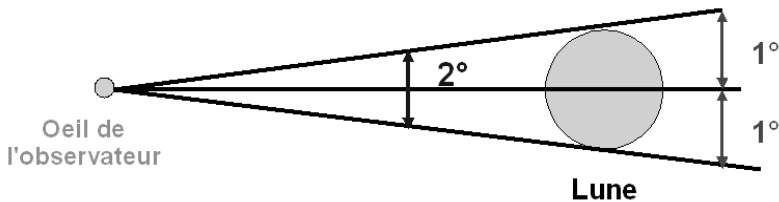
Dans la pratique, si l'alignement Terre Lune Soleil est parfait on observe le phénomène de l'éclipse. La nouvelle Lune correspond alors à une éclipse de Soleil, et la Pleine Lune à une éclipse de Lune. Comme l'alignement parfait se réalise rarement on n'observe pas d'éclipse à chaque lunaison.

Les astronomes antiques par l'observation répétée avaient trouvé une certaine périodicité à tous ces phénomènes. Les phases de la Lune ont une périodicité moyenne de 29 jours et demi, c'est ce qu'on appelle une lunaison et qui correspond en pratique au temps moyen qui s'écoule entre deux Nouvelles Lunes successives. Les éclipses se succèdent elles aussi selon une périodicité d'environ 18 ans, ce cycle est nommé le Saros. À deux dates séparées d'un nombre entier de saros, la géométrie du système Soleil Terre Lune est pratiquement identique, un saros après une éclipse, une autre éclipse presque identique a ainsi lieu.

Aristarque possédait bien sûr ces données.

PREMIÈRE OBSERVATION D'ARISTARQUE DE SAMOS

« Le diamètre apparent de la Lune vue de la Terre est d'environ deux degrés d'angle ».



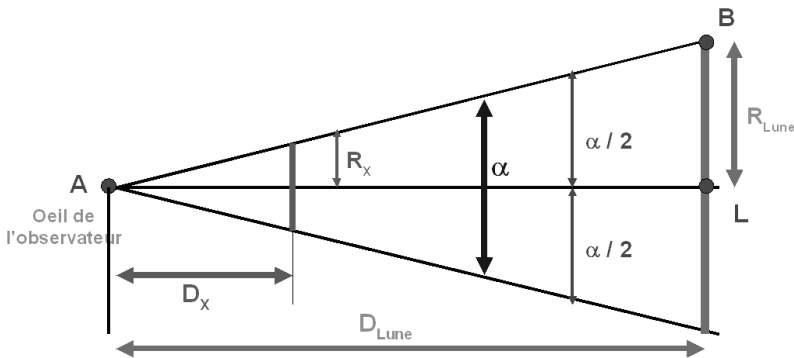
Nous ne savons pas comment Aristarque procéda à cette mesure, mais il commit une assez grande erreur, en surévaluant largement cet angle. La valeur moyenne réelle est de 32 minutes d'angle, soit $0,52^\circ$.

La trigonométrie que nous utilisons aujourd'hui n'existait pas à cette époque, Aristarque fut d'ailleurs un précurseur en ce domaine, et il en jeta les premières bases.

Puisque nous possédons cet outil, assez facile d'utilisation, nous allons tricher et nous en servir pour voir comment pratiquement on peut facilement effectuer cette mesure.

COMMENT « VÉRIFIER EXPÉRIMENTALEMENT » CETTE OBSERVATION ?

Plaçons un objet circulaire de rayon R_x connu à une distance D_x telle qu'il masque exactement la Lune.



Connaissant R_x et D_x , il est possible de déterminer α .

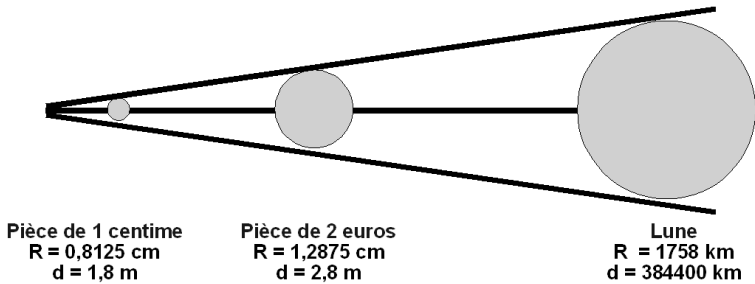
$$\tan(\alpha/2) = R_{\text{Lune}} / D_{\text{Lune}}$$

$$\tan(\alpha/2) = R_x / D_x$$

On pourra également déterminer le rapport entre le rayon lunaire et la distance Terre Lune

APPLICATION PRATIQUE

Pour cacher la Pleine Lune il vous faudra placer une pièce de 1 centime à environ 1,8 m de votre oeil, ou une pièce de 2 euros à environ 2,8 m. Les schémas suivants le montrent.



À vous de tenter l'expérience à la prochaine Pleine Lune, le 20 avril !

DEUXIÈME OBSERVATION D'ARISTARQUE

« En une heure, la Lune se déplace d'environ son propre diamètre ».

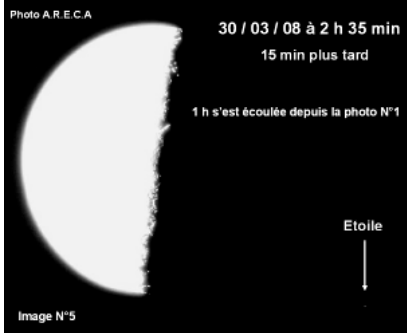
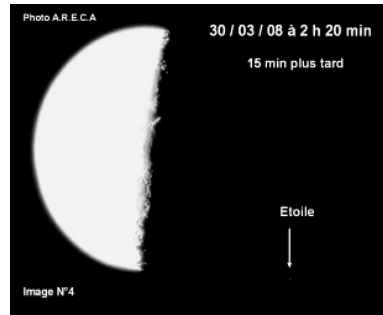
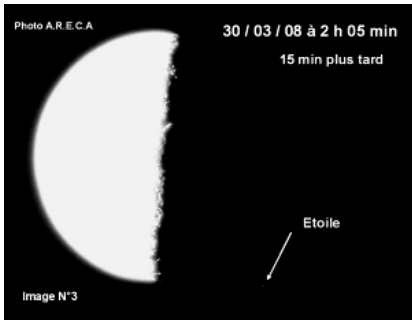
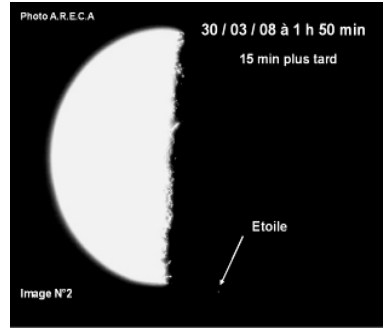
Nous ignorons également comment Aristarque s'y prit exactement mais nous pouvons tenter l'expérience.

Pour vérifier ce point, il faut observer la Lune et estimer son déplacement en une heure. Seul point de repère accessible : les étoiles. Une étoile brillante doit donc se trouver à proximité immédiate du disque lunaire. Par ailleurs, il faut pouvoir visualiser simultanément le diamètre de la Lune. Nous devons donc choisir soit la Pleine Lune, soit les Premier ou Dernier Quartiers.

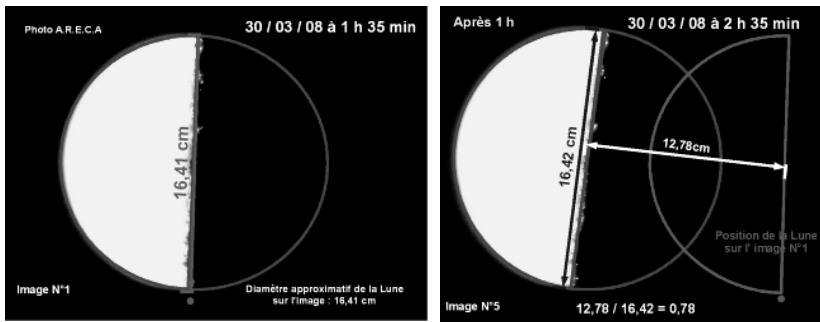
Les occasions favorables ne sont donc pas très courantes !

Il s'en présenta néanmoins une le 30 mars dernier [2008] et l'A.R.E.C.A a réalisé l'expérience de prendre des photos de la Lune toutes les 15 minutes pendant 1 h.

Nous avons pu ainsi réitérer l'observation d'Aristarque, et déterminer qu'en 1 h la Lune se déplace effectivement d'environ son diamètre. Nous avons trouvé un déplacement de 0,8 diamètre lunaire.



Remarque : notons qu'il est très difficile d'avoir sur la photo deux images nettes de la lune et de l'étoile de référence. la lune brille énormément et sera donc surexposée, alors que l'étoile ne sera qu'un point minuscule. Sur ces images réduites l'étoile n'est pas détectable facilement, avec des images de taille importante, elle est nettement visible.



TROISIÈME OBSERVATION D'ARISTARQUE

« Une éclipse totale de Lune dure en moyenne trois heures ».

De cette simple observation, Aristarque va déduire que le diamètre de la Lune est trois fois plus petit que celui de la Terre.

Comment arrive-t-il à cette conclusion ?

Aristarque va tout d'abord supposer que le Soleil est suffisamment loin de la Terre pour que l'ombre de celle-ci soit assimilable à un cylindre. Le diamètre du cylindre est le diamètre terrestre D_T . En réalité, l'ombre de la Terre est conique, mais l'approximation cylindrique reste raisonnable à la distance Terre Lune.

Aristarque va utiliser son résultat précédent, il sait que la Lune parcourt son propre diamètre en 1 h.

En trois heures, elle parcourra donc 3 fois son propre diamètre ce qui correspond simplement à la traversée du diamètre terrestre. $D_{Terre} = 3 D_{Lune}$.

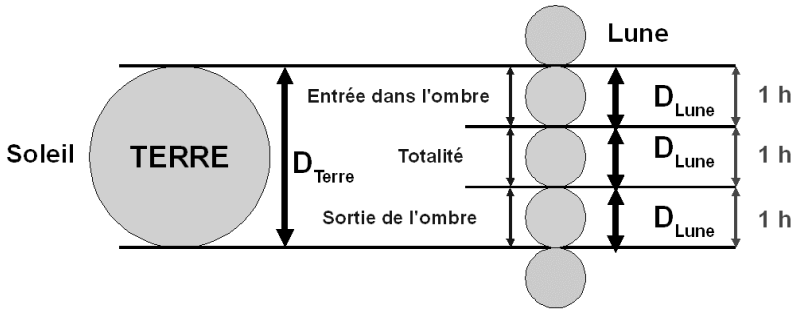
La trajectoire de la Lune durant ces 3 h peut être assimilée à une droite, la Lune mettant environ 30 jours soit 720 h pour parcourir son orbite, 3 h ne représentent donc que 0,4 % de celle-ci.

Dans l'hypothèse d'Aristarque, l'éclipse de Lune dure 3 h et peut se diviser en trois parties égales :

Phase d'entrée dans l'ombre : La Lune parcourt son propre diamètre : 1 h

Phase de totalité : La Lune parcourt encore son propre diamètre : 1 h

Phase de sortie de l'ombre : La Lune parcourt son propre diamètre : 1 h



VÉRIFICATION DE CETTE OBSERVATION D'ARISTARQUE

Nous allons essayer de vérifier cette observation d'Aristarque en observant une éclipse de Lune réelle.

Nous prendrons la dernière en date, celle du 21 février 2008.

Nous n'avons malheureusement pas d'images à vous proposer mais nous pouvons utiliser un logiciel qui va nous permettre de visualiser cette éclipse. Nous pouvons aussi utiliser tout simplement les éphémérides astronomiques qui donnent les résultats suivants

	Heure	Durée	
Entrée dans l'ombre	1h 43 min		
		1 h 18 min (au lieu de 1 h)	
Début de la totalité	3 h 01min		
		50 min (au lieu de 1 h)	3 h 25 min (au lieu de 3 h)
Fin de la totalité	3 h 51 min		
		1 h 17 min (au lieu de 1 h)	
Sortie de l'ombre	5 h 09 min		

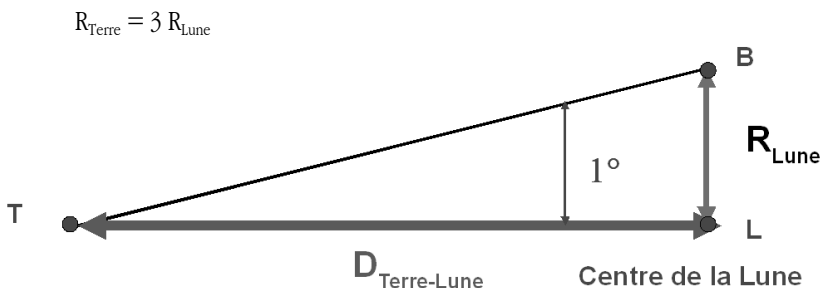
L'observation d'Aristarque est tout à fait correcte.

Dans la pratique la durée des éclipses est loin d'être constante.

On admet aujourd'hui une durée d'environ 3 h 20 min pour une éclipse « moyenne ».

LES CALCULS D'ARISTARQUE POUR LE DIAMÈTRE LUNAIRE ET LA DISTANCE TERRE-LUNE

En utilisant les résultats établis précédemment, Aristarque sut déterminer une évaluation de la distance Terre-Lune. Puisqu'il n'utilisait pas la trigonométrie, ses raisonnements géométriques sont extrêmement complexes pour nous, et nous allons à nouveau tricher pour mener nos calculs simplement ! Nous n'hésiterons pas non plus à arrondir nos résultats.



$$\tan(1^\circ) = 0,017455 = R_{\text{Lune}} / D_{\text{Terre-Lune}}$$

$$D_{\text{Terre-Lune}} = R_{\text{Lune}} / 0,017455 = 57 R_{\text{Lune}} = 57 / 3 R_{\text{Terre}} \sim 20 R_{\text{Terre}}$$

La Lune se trouverait donc à 20 fois le rayon terrestre.

Nous pouvons corriger ce résultat en tenant compte du fait qu'Aristarque avait très largement surévalué le diamètre apparent de la Lune. L'angle à utiliser est en réalité de $0,52 / 2 = 0,26^\circ$

$$\tan(0,26^\circ) = 0,00454 = R_{\text{Lune}} / D_{\text{Terre-Lune}}$$

$$D_{\text{Terre-Lune}} = R_{\text{Lune}} / 0,00454 = 220 R_{\text{Lune}} = 220 / 3 R_{\text{Terre}} \sim 73 R_{\text{Terre}}$$

Pour juger de la validité de ce résultat « corrigé », nous allons le comparer avec les valeurs établies de nos jours :

Rayon terrestre : 6400 km

Distance Terre-Lune moyenne : 384 400 km

$$384400 / 6400 = 60$$

Le résultat « corrigé » d'Aristarque est donc une évaluation très correcte !

RAYON LUNAIRE

Pour déterminer le rayon lunaire, il aurait fallu qu'Aristarque connaisse la valeur du rayon terrestre.

Une détermination célèbre de celui-ci avait été effectuée par un autre grand astronome grec, Ératosthène (276 à 194 av. J.-C.) peut être quelques années auparavant. Aristarque aurait donc pu utiliser ce résultat.

Rayon terrestre selon Eratosthène : 6 270 km

Le rayon lunaire serait alors d'après Aristarque de $6270/3 = 2\,090$ km

À comparer avec la valeur actuellement admise de 1 758 km.

L'estimation d'Aristarque est donc fautive de moins de 20 %, ce résultat est remarquable.

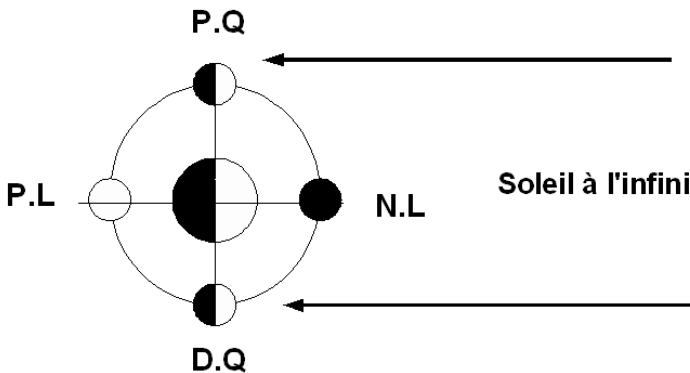
Environ un siècle plus tard, Hipparque développa la trigonométrie et améliora la méthode d'Aristarque en tenant compte du fait que le Soleil n'est pas à l'infini et que l'ombre de la Terre n'est donc pas cylindrique mais conique. Avec cette correction il établit que la Terre est en fait 3,7 fois plus grosse que la Lune et obtint donc un rayon lunaire d'environ 1700 km très proche de la réalité.

DISTANCE TERRE-SOLEIL ET DIAMÈTRE SOLAIRE

Aristarque utilise une méthode très ingénieuse pour déterminer la distance Terre-Soleil.

Aristarque s'intéressa particulièrement aux deux Quartiers de Lune qui correspondent à un éclairage de la moitié de l'astre, l'autre moitié restant obscure.

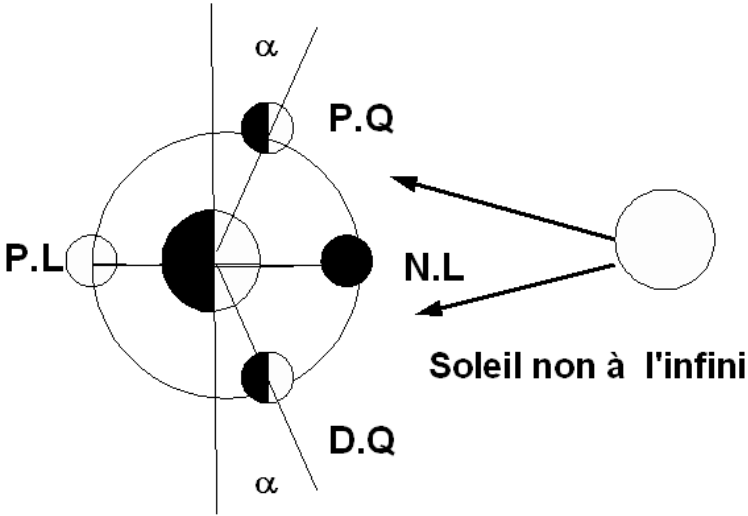
Pour qu'il en soit ainsi il faut que l'angle Terre Lune Soleil soit un angle droit. La Lune est le sommet de l'angle droit. Aristarque distingua le cas idéal d'un Soleil situé à l'infini et envoyant donc des rayons parallèles sur la Terre et sur la Lune, selon le schéma suivant :



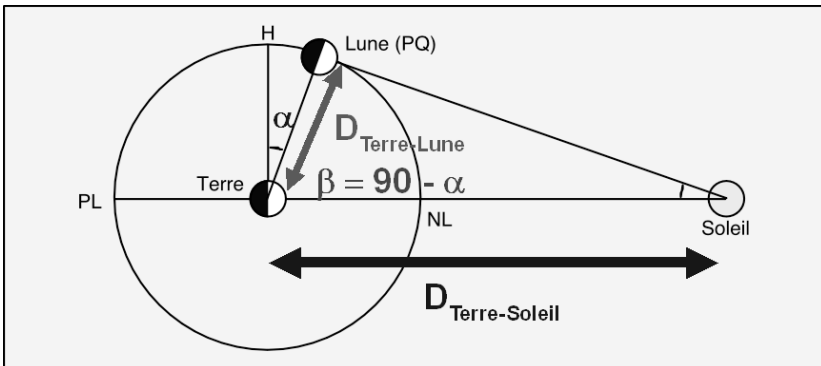
Dans ce cas, les Premier et Deuxième Quartiers sont séparés dans le temps d'une demi-lunaison soit de :

$$0,5 * 29,5 * 24 * 60 = 21240 \text{ minutes.}$$

Aristarque s'intéresse alors au cas d'un Soleil situé à distance finie de la Terre, le schéma est alors le suivant :



Dans ce cas, le premier et le Deuxième Quartier ne sont plus séparés par une demi-lunaison, le Premier Quartier intervient avec un peu d'avance et le Deuxième Quartier avec un peu de retard. La mesure de l'angle α permettra le calcul de la distance Terre Soleil.



COMMENT MESURER CET ANGLE α ?

Aristarque observa attentivement les moments des Premier et Deuxième Quartiers et il estima que le temps séparant ces deux évènements était supérieur d'environ 12 h à la durée d'une demi lunaison.

Par conséquent le Premier Quartier avait environ 6 h (360 minutes) d'avance et le Deuxième Quartier environ 6 h (360 minutes) de retard.

Là non plus nous ne savons pas comment il s'y prit pour faire cette mesure mais selon notre habitude nous allons tenter nous même l'expérience !

Pour cela nous allons utiliser les phases lunaires d'avril 2008.

Les données sont les suivantes :

Nouvelle Lune : 6 avril à 3 h 55

Premier Quartier : 12 avril à 18 h 32

Pleine Lune : 20 avril à 10 h 25

Dernier Quartier : 28 avril à 14 h 12

Intervalle entre Premier et Dernier Quartier : 22 780 minutes

Demi-lunaison moyenne : 21 240 minutes

Écart : $22\,780 - 21\,240 = 1540$ minutes soit $1540 / 60 = 25,66$ heures

En partageant cet écart en deux nous aurons l'avance du Premier Quartier (ou le retard du Deuxième Quartier)

$$25,66 / 2 = 12,83 \text{ h}$$

Nous trouvons une valeur double de celle d'Aristarque !

Doit-on en conclure qu'il avait tort et s'était lourdement trompé ?

Ne concluons pas trop vite et poursuivons nos calculs !

Comment de cette donnée observationnelle déterminer α ?

Nous allons supposer que la Lune tourne autour de la Terre avec un mouvement circulaire uniforme.

Elle accomplit un tour, soit 360° en une lunaison soit 42480 minutes.

En 720 minutes (valeur d'Aristarque) elle parcourt donc un angle de

$$\alpha = 720 * 360 / 42480 = 3^\circ$$

$$\alpha = 90 - \alpha = 87^\circ$$

$$\cos \alpha = 0,0523$$

$$1 / \cos \alpha = 19$$

$$D_{\text{Terre Soleil}} / D_{\text{Terre Lune}} = 19$$

$$D_{\text{Terre Soleil}} = 19 D_{\text{Terre Lune}} = 19 * 20 R_{\text{Terre}} = 380 R_{\text{Terre}}$$

Si nous refaisons le calcul avec notre propre détermination nous trouverons évidemment un angle α environ deux fois plus grand.

$$12,83 \text{ h} = 770 \text{ minutes}$$

$$\alpha = 770 * 360 / 42480 = 6,5^\circ$$

$$\alpha = 90 - \alpha = 83,5^\circ$$

$$\cos \alpha = 0,1132$$

$$D_{\text{Terre-Soleil}} / D_{\text{Terre-Lune}} = 8,8$$

Dans les deux cas on observe que le Soleil est beaucoup plus éloigné de la Terre que ne l'est la Lune :

20 fois plus pour Aristarque et 10 fois plus pour nous.

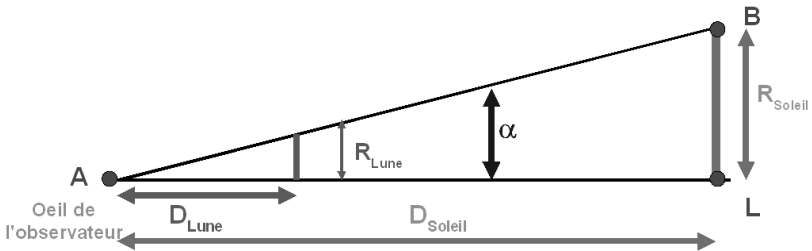
N'ayons pas peur d'arrondir, en réalité le Soleil est 400 fois plus éloigné que la Lune !

Si Aristarque s'est lourdement trompé, notre erreur est deux fois plus importante que la sienne !

Muni de ce résultat, Aristarque va plus loin et déduit le diamètre du Soleil.

Lors d'une éclipse de Soleil, la Lune arrive à masquer entièrement le disque solaire, son diamètre apparent est donc le même que celui du Soleil.

En prenant 2° pour diamètre apparent du Soleil Aristarque peut déterminer son diamètre réel puisqu'il en connaît la distance.



$$\tan \alpha = R_{\text{Soleil}} / D_{\text{Soleil}} = R_{\text{Lune}} / D_{\text{Lune}}$$

$$R_{\text{Soleil}} = R_{\text{Lune}} / D_{\text{Lune}} * D_{\text{Soleil}}$$

$$R_{\text{Soleil}} = 1/3 R_{\text{Terre}} / 20 R_{\text{Terre}} * 380 R_{\text{Terre}}$$

$$R_{\text{Soleil}} = 6,3 R_{\text{Terre}}$$

Aristarque trouve donc plusieurs résultats importants :

1) La Lune est trois fois plus petite que la Terre et relativement proche d'elle à 20 rayons terrestres.

2) Le Soleil est six fois plus gros que la Terre et beaucoup plus éloigné à 380 rayons terrestres.

Ces résultats vont lui inspirer un modèle révolutionnaire. Il trouve plus logique que les petits astres tournent autour des gros. Il va donc placer le Soleil au centre de l'Univers, la terre tournant autour de lui avec également une rotation sur elle même.

C'est Copernic avec presque 2000 ans d'avance !

Malheureusement le système géocentrique était beaucoup trop ancré dans les consciences et ses pairs et successeurs ont refusé ce système trop révolutionnaire.

La première mesure précise de la distance Terre Lune par la méthode des parallaxes ne fut réalisée qu'en 1751 par Lacaille et Lalande.

La méthode de détermination d'Aristarque pour la distance Terre Soleil ne pouvait fonctionner correctement car les orbites de la Terre autour du Soleil et celle de la Lune autour de la Terre, ne sont pas circulaires mais elliptiques. Les mouvements ne sont pas non plus uniformes.

En conséquence, les distances Terre/Lune et Terre/Soleil varient constamment, les diamètres apparents des deux astres également, les éclipses ont des durées variables, les lunaisons varient également sans arrêts dans leurs durées et les écarts entre Premier et Dernier Quartiers également...

Bref, il est tout à fait normal d'obtenir des résultats erronés avec un modèle aussi simple !

Le dogme du mouvement circulaire uniforme ne fut mis à bas qu'en 1602 par Kepler.

La première mesure relativement précise de la distance Terre Soleil ne fut réalisée qu'en 1672 par Cassini, Richer et Picard. Cette mesure utilise les lois de Kepler.

Saluons donc bien bas le génie d'Aristarque !

Enfin, pour finir sur une note amusante, une petite devinette : Quelle est l'unité de mesure la plus utilisée en astronomie ? Réponse : le Viron

Si vous posez une question précise à un astronome, il vous répondra probablement :

Oh ! Cela fait environ...